

Termomechanické vlastnosti (vláknových) kompozitů

Jiří Minster
Ústav teoretické a aplikované mechaniky AV ČR, v. v. i.

Článek uvádí ve formě podkladů pro ústní prezentaci stručný přehled základních termomechanických vlastností kompozitů se zvláštním zaměřením na jednosměrné vláknové kompozity s polymerní maticí.

Obsah

1. Úvod
2. Efektivní vlastnosti
3. Pružné vlastnosti
4. Vazkopružné vlastnosti
5. Plastické chování
6. Koeficienty tepelné roztažnosti, vedení tepla
7. Makroskopická kritéria porušení
8. Hodnocení teplotních a mechanických vlastností

1. Úvod

- **Kompozit**=materiálový systém složený nejméně ze dvou fází, z nichž alespoň jedna je pevná, s makroskopicky rozeznatelným rozhraním mezi fázemi, dosahující vlastností nedosažitelných kteroukoliv složkou samostatně ani prostou sumací. (R.A. Bareš, Kompozitní materiály, SNTL 1988)
- **Dělení:**
 - podle materiálu matrice [polymerní (termosety, termoplasty), kovové, keramické, anorganické (silikátové, vápenaté, síranové)]
 - podle struktury (geometrie) vložené fáze (disperzní, částicové, vláknové)
 - podle technologie
- **Vláknové kompozity** – nejvíce propracovaná teorie, v inženýrské praxi qasihomogenní anisotropní materiály

2. Efektivní vlastnosti

- Representují skutečné makromechanické vlastnosti kompozitu
- Koncept efektivních vlastností zahrnuje zprůměrnování vlastností v určitém reprezentativním objemu (dostatečně velký vzhledem k charakteristickým rozměrům složek, přiměřeně malý vzhledem k rozměrům posuzovaného tělesa)

3. Pružné vlastnosti

Velmi mnoho teoretických přístupů ke stanovení efektivních vlastností kompozitu na základě znalosti vlastností jeho složek, jejich objemového zastoupení, jejich geometrie a druhu vzájemných vazeb.

⇒ Nutnost zjednodušení:

- např. isotropní vlastnosti vláken i matrice (neplatí pro velmi důležitá uhlíková nebo aramidová vlákna)
- každá z fází je ohraničena paralelními válcovými plochami, příčné řezy kolmé na směr vláken jsou totožné
- volba zvláštní geometrie rozložení vlákenné výztuže (libovolná fázová geometrie a její zvláštní případ s nahodilým rozložením vláken, pravidelné orthotropní nebo hexagonální rozložení)

3.1 Efektivní pružné konstanty

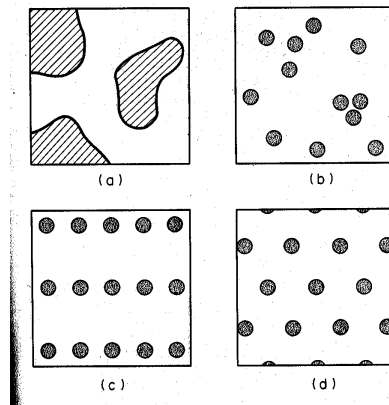
Tenzor průměrných napětí a deformací

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_{ij} &= (1/V) \int_V \sigma_{ij} dV \\ \bar{\epsilon}_{ij} &= (1/V) \int_V \epsilon_{ij} dV\end{aligned}\quad (1)$$

Základní (konstitutivní) rovnice s tenzorem efektivních vlastností \hat{C}

$$\bar{\sigma}_{ij} = \hat{C}_{ijkl} \bar{\epsilon}_{kl} \quad (2)$$

Geometrie příčného řezu jednosměrně vyztuženého vláknového kompozitu



a) Libovolná geometrie fází; b) nahodilé rozdělení vláken; c) obdélníkové uspořádání výztuže; d) hexagonální

Obdélníkové uspořádání vláken v příčném řezu vede na ortotropní materiál s devíti pružnými konstantami. Nahodilé nebo hexagonální uspořádání má za následek transversální anisotropii kompozitu s pěti nezávislými pružnými konstantami.

Konstitutivní rovnice (3) pro transversálně isotropní materiál (vláknový kompozit s jednosměrnou vláknennou výztuží a nahodilým nebo hexagonálním uspořádáním vláken v příčném řezu) s pěti nezávislými efektivními materiálovými charakteristikami

$$\begin{aligned}
 \bar{\sigma}_1 &= \hat{C}_{11}\bar{\epsilon}_1 + \hat{C}_{12}\bar{\epsilon}_2 + \hat{C}_{12}\bar{\epsilon}_3 \\
 \bar{\sigma}_2 &= \hat{C}_{12}\bar{\epsilon}_1 + \hat{C}_{22}\bar{\epsilon}_2 + \hat{C}_{23}\bar{\epsilon}_3 \\
 \bar{\sigma}_3 &= \hat{C}_{12}\bar{\epsilon}_1 + \hat{C}_{23}\bar{\epsilon}_2 + \hat{C}_{22}\bar{\epsilon}_3 \\
 \bar{\sigma}_4 &= (\hat{C}_{22} - \hat{C}_{23})\bar{\epsilon}_4 \\
 \bar{\sigma}_5 &= 2\hat{C}_{66}\bar{\epsilon}_5 \\
 \bar{\sigma}_6 &= 2\hat{C}_{66}\bar{\epsilon}_6
 \end{aligned} \tag{3}$$

a jejich přepis do inženýrského tvaru (4) s efektivními moduly ve směru vláken a napříč (\hat{E}_a, \hat{E}_t), efektivními smykovými moduly ve směru vláken a napříč (\hat{G}_a, \hat{G}_t) a Poissonovými součiniteli ($\hat{\nu}_a, \hat{\nu}_t$)

$$\begin{aligned}
 \hat{E}_a &= \hat{E}_{11} = \hat{C}_{11} - (2\hat{C}_{12}^2 / \hat{C}_{22} + \hat{C}_{23}) \\
 \hat{E}_t &= \hat{E}_{22} = \hat{E}_{33} = \hat{C}_{22} + \left\{ \left[\frac{\hat{C}_{12}^2(\hat{C}_{23} - \hat{C}_{22}) + \hat{C}_{23}(\hat{C}_{12}^2 - \hat{C}_{11} - \hat{C}_{23})}{\hat{C}_{11}\hat{C}_{22} - \hat{C}_{12}^2} \right] \right\} \\
 \hat{G}_a &= \hat{G}_{12} = \hat{G}_{13} = \hat{C}_{66} \\
 \hat{G}_t &= \hat{G}_{23} = \frac{1}{2}(\hat{C}_{22} - \hat{C}_{23}) \\
 \hat{\nu}_a &= \hat{\nu}_{12} = \hat{\nu}_{13} = \hat{C}_{12} / (\hat{C}_{22} + \hat{C}_{23}) \\
 \hat{\nu}_t &= \hat{\nu}_{23} = (\hat{C}_{11}\hat{C}_{23} - \hat{C}_{12}^2) / (\hat{C}_{11}\hat{C}_{22} - \hat{C}_{12}^2)
 \end{aligned} \tag{4}$$

Pro významný efektivní objemový modul \hat{K} sledovaného kompozitu platí

$$\begin{aligned}
 \hat{K} &= \frac{1}{2}(\hat{C}_{22} + \hat{C}_{23}) \\
 \hat{E}_t &= 2(1 + \hat{\nu}_t)\hat{G}_t
 \end{aligned} \tag{5}$$

a mezi efektivními pružnými charakteristikami platí známé vztahy (5).

3.1.1 Odvození analytických výrazů pro pružné konstanty

Komplexní nedefinovaná vnitřní geometrie je hlavním problémem. Používají se následující metody:

- Diferenční metoda
- FEM
- Sobě podobné (self-consistent) modely
Self-consistent: Vláknem ohraničený koncentrický váleček matrice v homogenním materiálu s efektivními vlastnostmi kompozitu.

- Přesné metody stanovení mezí (jsou založeny na rozložení tenzorů napětí nebo deformace na izotropní a deviatorovou část příp. užití polarizačních tenzorů spolu s variačními principy)
- Semiempirické rovnice
- Zvláštní modely (např. CCA: The composite-cylinder-assembly model)

3.1.2 Hranice pro efektivní pružné konstanty a libovolnou geometrii fází

Vychází z přesných metod pro stanovení mezí efektivních charakteristik. Rovnice (6) platí pro horní a dolní mez Youngova modulu ve směru vláken; podobné výrazy platí i pro zbývající efektivní charakteristiky. Bylo dokázáno (viz např. Concise Encyclopedia of Composite Materials, Pergamon Press, Ed. A. Kelly, p. 98 (1989)), že hranice jsou s výjimkou transversálního smykového modulu nejlepší možné, jsou-li známy jen pružné konstanty fází a jejich objemový podíl.

$$\begin{aligned}\hat{E}_a(+)&= cE_f + (1-c)E_m + \frac{4c(1-c)(\nu_f - \nu_m)^2}{c/K_m + (1-c)/K_f + 1/G_f} \\ \hat{E}_a(-)&= cE_f + (1-c)E_m + \frac{4c(1-c)(\nu_f - \nu_m)^2}{c/K_m + (1-c)/K_f + 1/G_m}\end{aligned}\quad (6)$$

Rovnice (6) platí za předpokladu

$$K_m \angle K_f \quad ; \quad G_m \angle G_f$$

Jsou-li mechanické charakteristiky matrice a vláken sobě blízké, jsou blízké i meze mechanických charakteristik. V tomto případě bylo doloženo, že pro odhad hodnoty modulu ve směru vláken a pro Poissonův součinitel v tomto směru lze s dobrým výsledkem použít pravidlo směsí

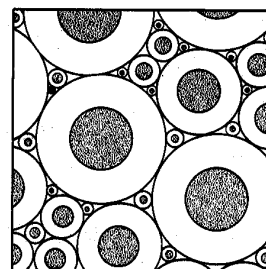
$$\begin{aligned}\hat{E}_a &\cong cE_f + (1-c)E_m \\ \hat{\nu}_a &\cong c\nu_f + (1-c)\nu_m\end{aligned}\quad (7)$$

3.1.3 Soustava kompozitních válců (CCA)

Tento zvláštní model uspořádání příčného řezu byl zaveden s cílem zpřesnit prognózu efektivních charakteristik. Model umožňuje stanovit v uzavřené formě výrazy pro elastické konstanty s výjimkou transversálního smykového modulu, pro který stanovuje horní a dolní mez. Pro modul ve směru vláken je to vztah (8)

(8)

$$\hat{E}_a = cE_f + (1-c)E_m + \frac{4c(1-c)(\nu_f - \nu_m)}{c/K_m + (1-c)/K_f + 1/G_f}$$



3.1.4 Semiempirický přístup (Halpin-Tsai)

Je výhodný při výrazně rozdílných vlastnostech matrice a vláken, tj. při značném rozdílu mezi horními a dolními mezemi. Pro stanovení axiálního modulu a Poissonova čísla se užije pravidlo směsí, výrazy pro zbývající tři pružné konstanty mají tvar

$$\begin{aligned}\hat{p} &= p_m(1 + c\xi\eta)/(1 - c\eta) \\ \eta &= \left(\frac{p_f}{p_m} - 1\right) / \left(\frac{p_f}{p_m} + \xi\right)\end{aligned}\quad (9)$$

kde p je příslušná konstanta a ξ je tzv. výztužný faktor, který se určí empiricky. Pro transversální modul platí podle rovnice (9) vztah

$$\begin{aligned}\hat{E}_t &= E_m(1 + c\xi_E\eta_E)/(1 - c\eta_E) \\ \eta_E &= \left(\frac{E_f}{E_m} - 1\right) / \left(\frac{E_f}{E_m} + \xi_E\right)\end{aligned}\quad (10)$$

4. Vazkopružné vlastnosti

Pro malé deformace se uplatňuje pružně – vazkopružná analogie (korespondenční princip). Použití korespondenčního principu vyžaduje, aby existovalo přesné nebo alespoň přibližné analytické řešení pro odpovídající efektivní pružnou charakteristiku. Řešení Laplaceovy transformace jakéhokoliv smíšeného okrajového problému lineární teorie vazkopružnosti (pro okrajové podmínky na časově nezávislých hraničních plochách) je identické s řešením lineární teorie pružnosti náhradou pružných modulů transformovanými vazkopružnými moduly vynásobenými transformačním parametrem. Jako příklad: rovnice Halpina-Tsaie (10) bude mít tvar

$$\begin{aligned}\tilde{E}_t(s) &= \tilde{E}_m(s) \{1 + c\tilde{\xi}_E\tilde{\eta}_E(s)\} / \{1 - c\tilde{\eta}_E(s)\} \\ \tilde{\eta}_E(s) &= \left(\frac{\tilde{E}_f(s)}{\tilde{E}_m(s)} - 1\right) / \left(\frac{\tilde{E}_f(s)}{\tilde{E}_m(s)} + \tilde{\xi}_E\right)\end{aligned}\quad (11)$$

kde vlnovkou jsou označeny Laplaceovy transformace.

5. Plastické chování

Jde zejména o kovové matrice. Různé vlastnosti matrice a výztuže způsobují, že rozdělení napětí není homogenní ani za hydrostatického tlaku.

Zjednodušení:

pružná výztuž a pružně-plastická matrice bez zpevnění.

Analýza plastického chování vyžaduje stanovení vnitřního stavu napětí pro všechny hodnoty aplikovaného zatížení.

6. Koeficienty tepelné roztažnosti a vodivosti

Konstitutivní rovnice pro neizotermické procesy pružného kompozitu se změnou teploty θ má tvar

$$\bar{\sigma}_{ij} = \hat{C}_{ijkl} \bar{\epsilon}_{kl} - \hat{C}_{ijkl} \hat{\alpha}_{kl} \theta \quad (12)$$

Vztahy mezi efektivními koeficienty tepelné roztažnosti $\hat{\alpha}_{kl}$ a vlastnostmi složek jsou podobné jako pro pružné konstanty. Pro transversálně isotropní vláknový kompozit je efektivní koeficient tepelné roztažnosti $\hat{\alpha}_a$ ve směru vláken definován rovnicemi

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_a &= \bar{\alpha} + \left(\frac{\alpha_f - \alpha_m}{1/K_f - 1/K_m} \right) \left[\frac{3(1-\hat{\nu}_a)}{\hat{E}_a} - \left(\frac{1}{K} \right) \right] \\ \bar{\alpha} &= c\alpha_f + (1-c)\alpha_m \\ \left(\frac{1}{K} \right) &= \frac{c}{K_f} + \frac{(1-c)}{K_m} \end{aligned} \quad (13)$$

a výraz pro transversální charakteristiku lze nalézt např. v Concise Encyclopedia of Composite Materials, Pergamon Press, Ed. A. Kelly, p. 98 (1989). Tamtéž jsou uvedeny výrazy pro koeficienty axiální a transversální tepelné vodivosti.

7. Makroskopická kritéria porušení

Nejjednodušší kritérium maximálního napětí (maximální deformace); pro stav rovinné napjatosti musí průměrné napětí (podobně průměrná deformace) ležet v mezích (mezi pevností v tlaku a v tahu, příp. pod hodnotou smykové pevnosti).

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{22}^c \leq \bar{\sigma}_{22} \leq \bar{\sigma}_{22}^t \\ |\bar{\sigma}_{12}| \leq \sigma_{12}^u \end{aligned} \quad (14)$$

Interakční kritéria (např. Tsai-Wu)

$$\begin{aligned} F_i \bar{\sigma}_j + F_{ij} \bar{\sigma}_i \bar{\sigma}_j &= 1 \\ F_{ii} F_{jj} - F_{ij}^2 &\geq 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Pro rovinnou napjatost má kritérium Tsai-Wu tvar

$$F_1 \bar{\sigma}_1 + F_2 \bar{\sigma}_2 + F_{11} \bar{\sigma}_1^2 + F_{22} \bar{\sigma}_2^2 + 2F_{12} \bar{\sigma}_1 \bar{\sigma}_2 + F_{66} \bar{\sigma}_6^2 = 1 \quad (16)$$

Složky F_1 , F_{11} , F_2 a F_{22} se určí provedením axiálních a transversálních zkoušek na tah a tlak, F_{66} pomocí axiálního smykového testu, pouze určení koeficientu F_{12} vyžaduje provedení víceosých zkoušek s kombinací zatížení v obou hlavních směrech.

8. Hodnocení vlastností polymerních matric

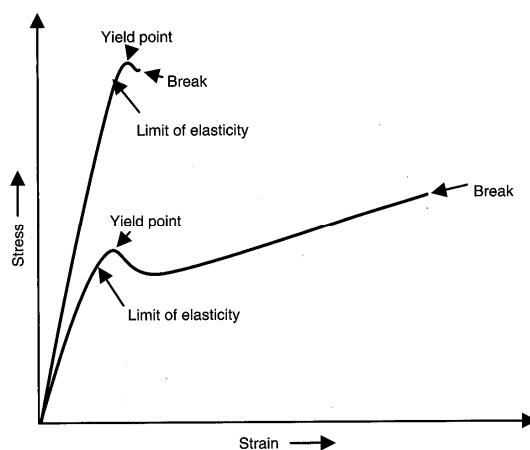
8.1 Vliv teploty

Zvýšení teploty způsobuje dva různé jevy:

- okamžité fyzikální efekty (snížení modulů, změknutí) a dimensionální změny (nevratné smrštění, pokřivení)
- dlouhodobé efekty fyzikální (nevratný creep a relaxace napětí) i chemické (degradace, snížení mech. vlastností)

Pokles teploty má pouze fyzikální důsledky (růst modulů a tuhostí, snížení odporu vůči rázu, změna krystalinity, dimensionální změny)

8.2 „Okamžité“ mechanické vlastnosti



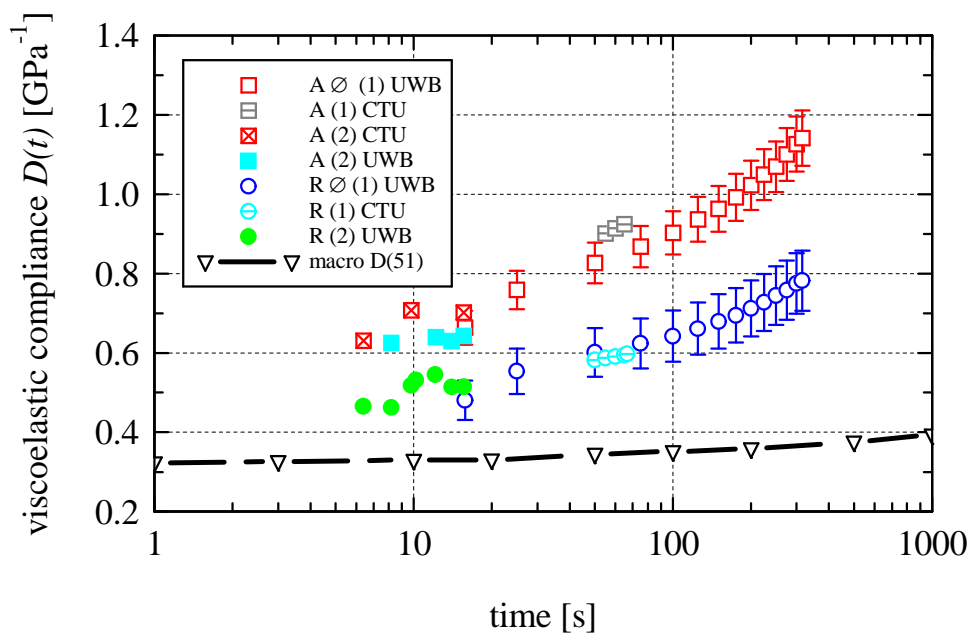
Modul pružnosti, mez průtažnosti (kluzu), napětí a deformace na mezi kluzu, napětí za porušení, interlaminární smyková pevnost, rázové vlastnosti, tvrdost.

8.3 Dlouhodobé mechanické vlastnosti

Creep, relaxace napětí, únava.

Opakované mechanické zatížení (cyklické, dynamické) způsobuje zvýšení teploty se všemi důsledky pro polymerní matrice.

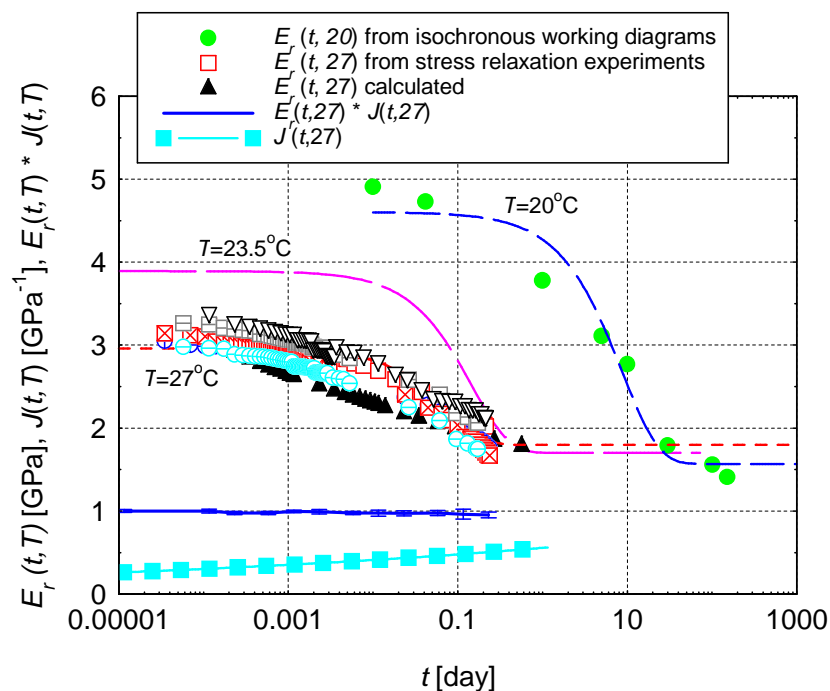
Obr.1 ukazuje srovnání historií vazkopružné poddajnosti stanovených ze standardního creepového makrotestu (D(51)) s hodnotami odvozenými z instrumentovaných mikroindentačních zkoušek s dvěma různými v čase monotonními zatíženími pro dva stavy epoxidové kompozice (rejuvenovaný a po fyzickém stárnutí) (Minster a kol. (2009)).



Obr.1

Obr.2 znázorňuje časové průběhy relaxačního modulu stanoveného z izochronních pracovních diagramů při teplotě 20°C a ze zkoušek na relaxaci napětí při teplotě 27°C, interpolované hodnoty relaxačního modulu pro teplotu 23.5°C podle rovnice (17) spolu s historií vazkopružné poddajnosti $J(t, T)$ a součinu komplementárních funkcí $E_r(t, T) * J(t, T)$.

$$E_r(t, T) = E_r(\infty, T) [1 + b(T) / \exp(c(T) * t)] \quad (17)$$



Použitá literatura:

- R.A. Bareš, Kompozitní materiály, SNTL 1988
- Concise Encyclopedia of Composite Materials, Pergamon, Ed. A. Kelly, 1989, p. 98
- M. Biron, Thermoplastics and Thermoplastics Composites, Elsevier, 2007
- J. Minster a kol., příspěvek na ICCE-17, Honolulu, USA, 2009
- J. Minster a Ju. Hristova, Proceed. 10th NCTAM Varna, 2005