

# Vyšetřování elastických vlastností kompozitu akustickými metodami

**Michal Landa**

Laboratoř ultrazvukových metod, Ústav termomechaniky AVČR, Dolejškova 5, Praha 8, 182 00,

email : [ml@it.cas.cz](mailto:ml@it.cas.cz)

homepage: <http://LUM.IT.CAS.CZ>

ve spolupráci s

Katedrou materiálů, FJFI, ČVUT, Trojanova 13, Praha 2, 120 00

Ústavem mechaniky, biomechaniky a mechatroniky, FSI ČVUT Technická 4, Praha 6,

Výzkum a vývoj , divize leteckých vrtulí, VZLÚ a.s., Beranových 130, Praha 9, Letňany

La Composite Letov ATG, ltd. Beranových 65, Praha 9 Letňany



Laboratory of Ultrasonic Methods, Institute of Thermomechanics,  
Academy of Sciences of the Czech Republic [lum.it.cas.cz](http://lum.it.cas.cz)

## Elasticity ...

### Elastic constants

$$C_{ijkl} = \frac{\partial^2 F}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}}$$

### .... constants ?

*“Constants” represents an unfortunate historical term because we now know that elastic constants change with most usual solid-state variables: composition, deformation, electric field, magnetic field, lattice defects, phase transformation, pressure, temperature, and others.*

*Depending on the material, the largest change usually arises from phase transformation, the smallest from electrical and magnetic fields.*

[H. Ledbetter, 2006]

## Experimental determination

Quasistatic tensile/bending testing, indentation (isothermal limit)

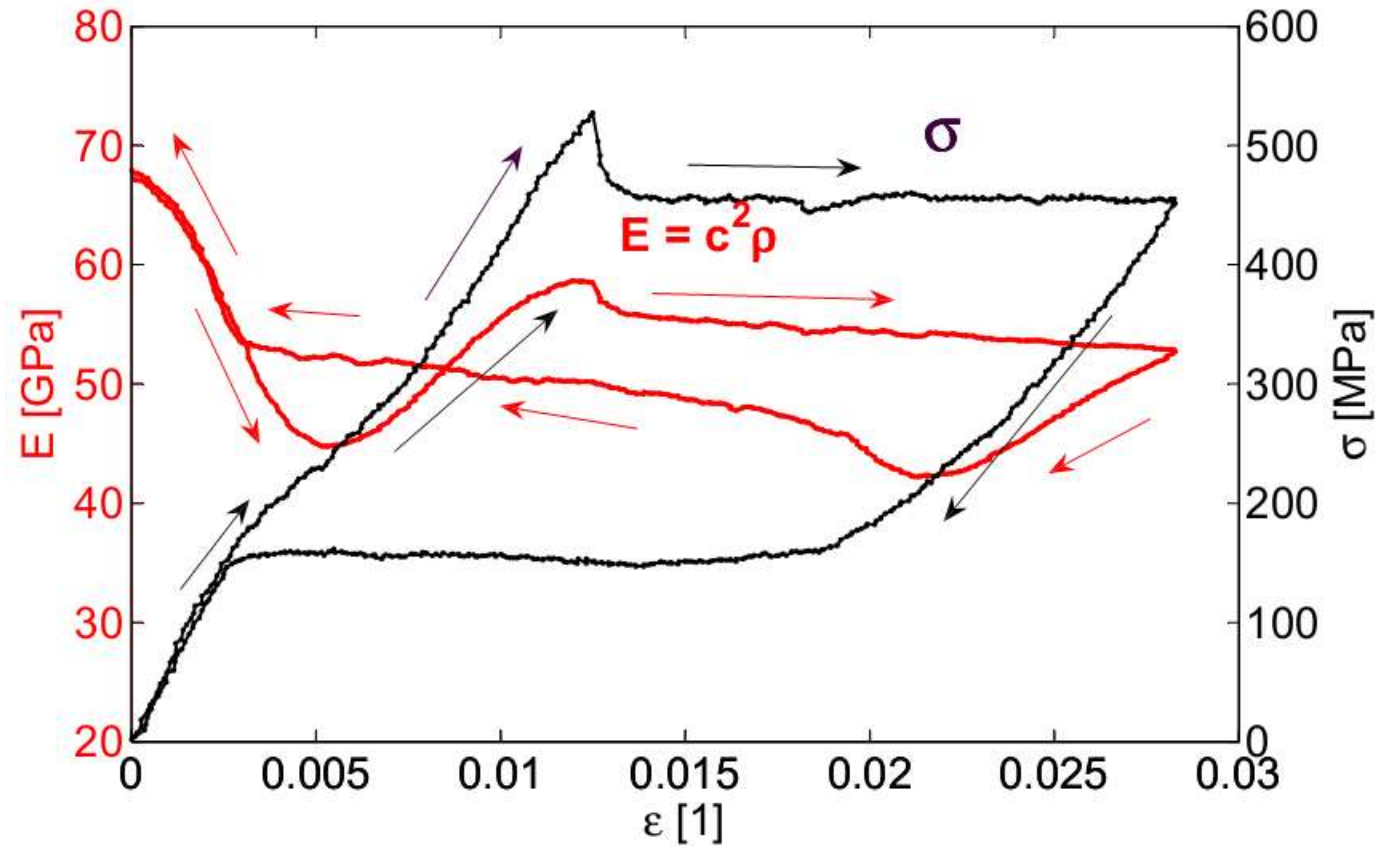
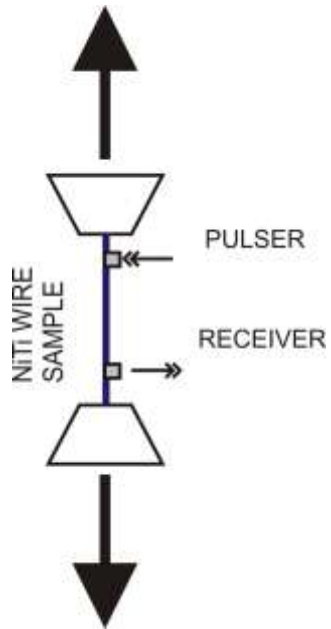
$$C_{ijkl} = (\partial\sigma_{ij}/\partial\varepsilon_{kl})_{T=const.}$$

Ultrasonic methods (adiabatic limit)

$$C_{ijkl} = (\partial\sigma_{ij}/\partial\varepsilon_{kl})_{S=const.}$$

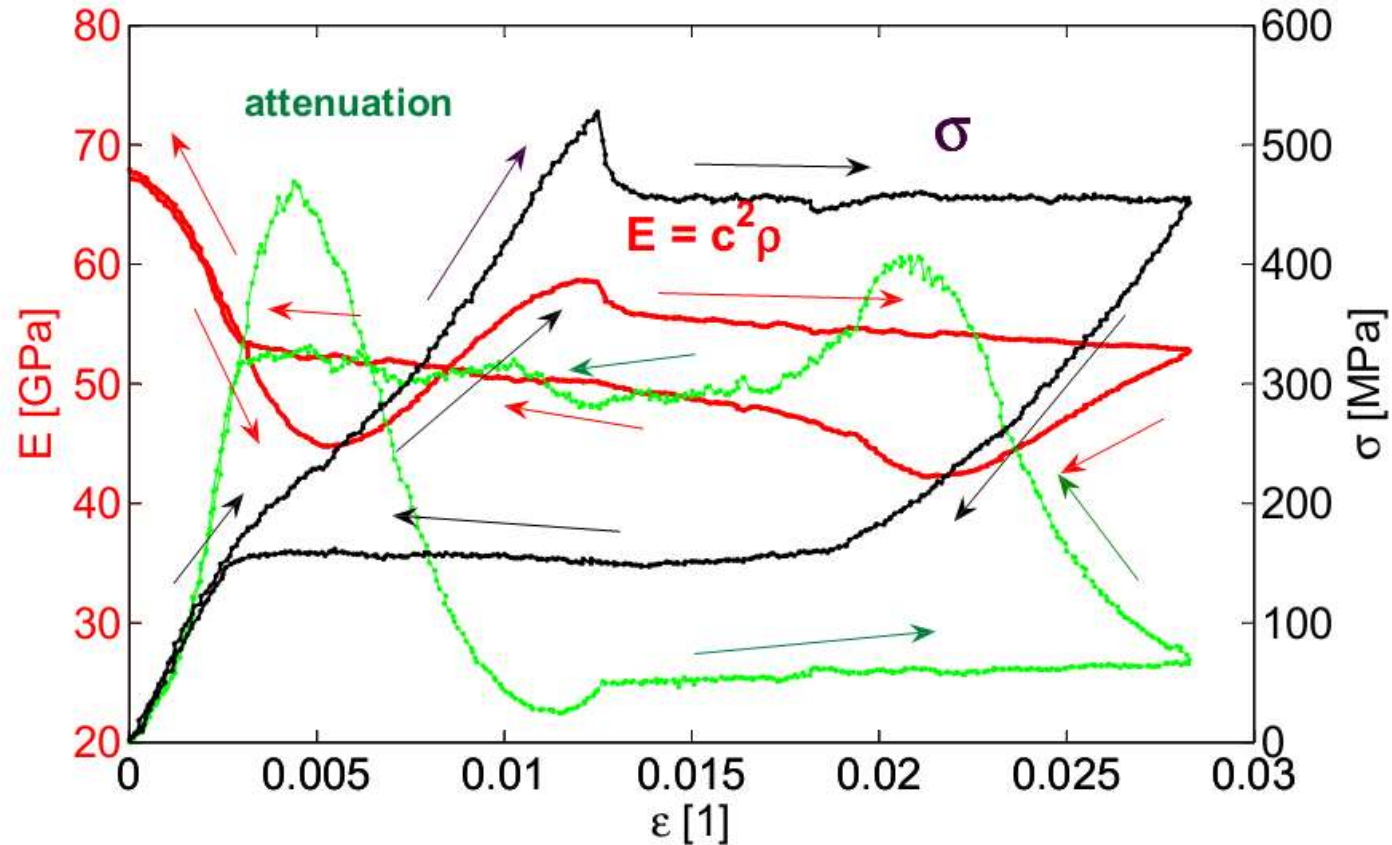
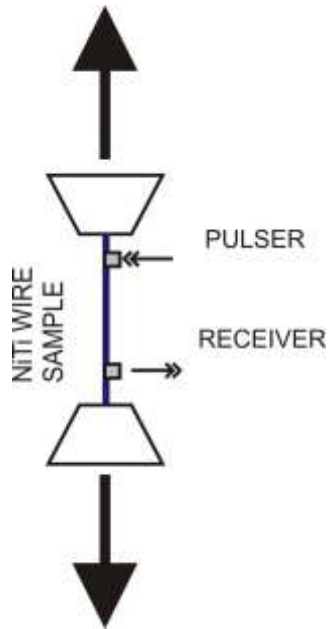
## Structural and relaxation processes

Combined tensile and  
in-situ ultrasonic test



## Structural and relaxation processes

Combined tensile and  
in-situ ultrasonic test



Ultrasonics - mechanical vibrations with frequency  $>10\text{kHz}$ ; 1- 100MHz, typically,  
and amplitude  $\sim 0.1\text{-}10\text{nm}$

It is possible to distinguish of the elasticity and dissipation (attenuation)

# Acoustic Waves and Elastic Moduli

Elastodynamic equation for an unbounded anisotropic elastic medium

$$a_{ijkl}u_{k,lj} = \ddot{u}_i$$

where  $a_{ijkl} = C_{ijkl}/\rho$  are density normalized elastic moduli [ $\text{m}^2/\text{s}^2$ ] Transient plane acoustic wave

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{U}f(t - T(\mathbf{x}))$$

where  $\mathbf{u}$  is the displacement vector,  $\mathbf{U}$  a vectorial constant,  $f(t)$  represents temporal transient function (analytical signal) and

$$T(\mathbf{x}) = p_i x_i$$

is a moving plane (wavefront) with the gradient

$$p_i = \frac{\partial T}{\partial x_i} = n_i/V.$$

The expression for the applied wave must be ansatz solution of elastodynamic eqn. and hence must fulfil the following equation (Christoffel)

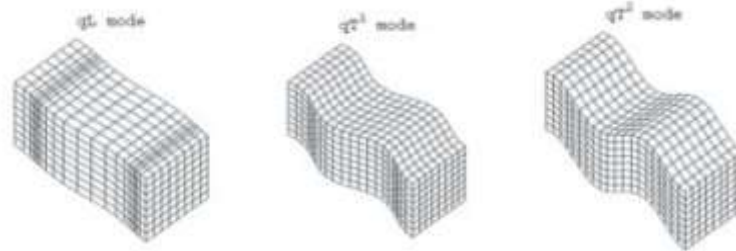
$$(\Gamma_{ik} - \delta_{ik})U_k = 0$$

where a matrix

$$\Gamma_{ik} = a_{ijkl}p_l p_j$$

is symmetric, positive definite and  $\Gamma(\mathbf{p})$  is homogeneous function of the second degree in  $p_i$ . Thus three positive real eigenvalue  $G^{(m)}$ ,  $m = 1, 2, 3$  of the matrix  $\Gamma_{ik}$  exist. Three phase velocities  $V^{(m)}$  for fixed wave direction  $n_i$ , are determined from the eigenvalues

$$V^{(m)} = \sqrt{G^{(m)}(n_i)}$$



Corresponding eigenvectors  $\mathbf{g}^{(m)}$  represent an orthogonal coordinate triplet are proportional to  $\mathbf{U}^{(m)}$  and we obtain the final expression for any of the three plane wave propagating in a homogeneous anisotropic medium in a fixed direction  $n_i$

$$\mathbf{u}^{(m)}(x_i, t) = A\mathbf{g}^{(m)}f(t - n_i x_i / V^{(m)}).$$

Isotropic homogeneous medium is a special case , when the two eigenvalues of Christoffel matrix are identical (double) :

$$G^{(1)} = c_L^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \quad \text{and} \quad G^{(2)} \equiv G^{(3)} = c_T^2 = \frac{\mu}{\rho}.$$

and wave propagating in the direction  $n_i$  may be expressed as

$$\mathbf{u}^{(1)}(\mathbf{x}, t) = A \mathbf{n} f(t - n_i x_i / c_L) \quad - \text{longitudinal wave.}$$

$$\mathbf{u}^{(2,3)}(\mathbf{x}, t) = (B \mathbf{e}^{(2)} + C \mathbf{e}^{(3)}) f(t - n_i x_i / c_T) \quad - \text{transverse (shear) wave.}$$

where  $A, B, C$  are arbitrary constants and  $\mathbf{e}^{(m)}$  are two mutually perpendicular unit vectors, both perpendicular to  $\mathbf{n}$ .



## Cubic crystals

$$\sigma_I = C_{IJ}\epsilon_J.$$

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix}$$

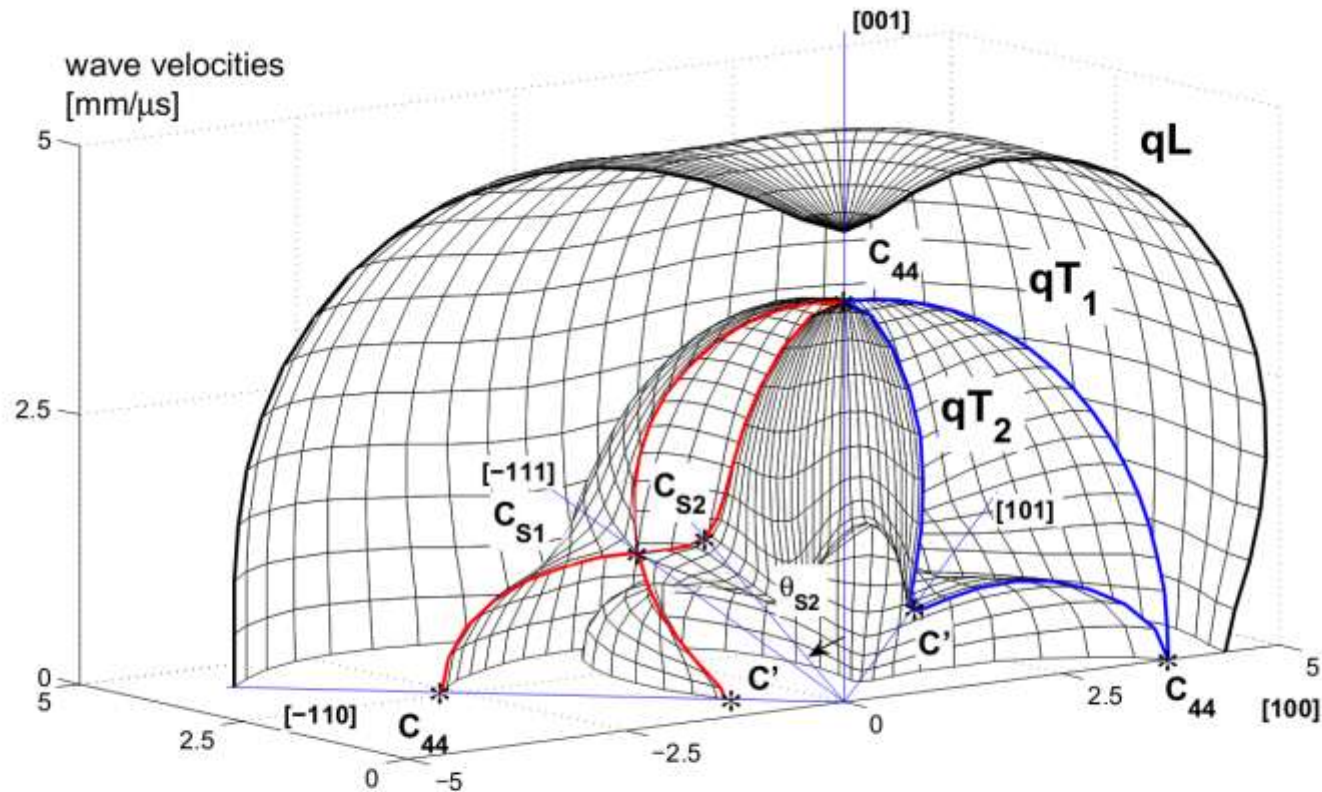
in the principal crystallographic directions.

Anisotropy factor

$$A = \frac{2C_{44}}{C_{11} - C_{12}}.$$

## Phase velocity surface

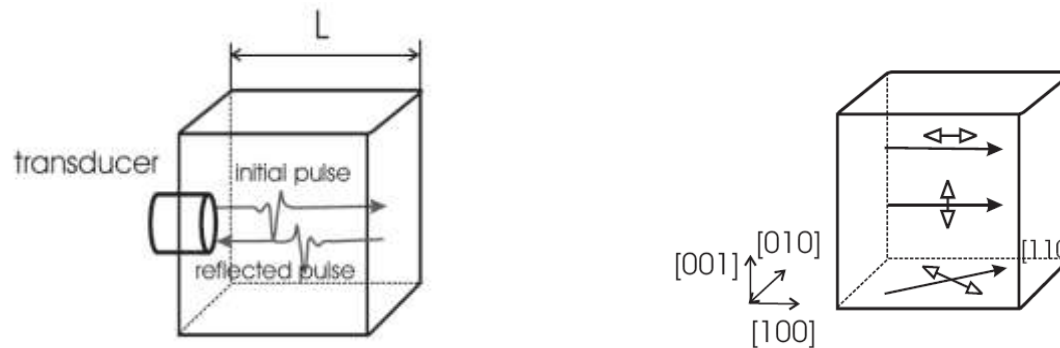
A=12 (CuAlNi, austenite single crystal)



$$\begin{aligned}
 C' &= (C_{11} - C_{12})/2, & C_{S2} &= C' + \frac{1}{2}(C_{44} - C') \sin^2 \theta_{S2} \\
 C_{S1} &= (2C' + C_{44})/3, & \theta_{S2} &= \sin^{-1} \left[ \frac{2(C_{11} + C_{12})}{3C_{11} + 5C_{12} + 2C_{44}} \right]^{1/2}
 \end{aligned}$$

where  $C_{44}$  is the shear elastic constant of the pure mode.

# Pulse-echo method - phase velocity measurements

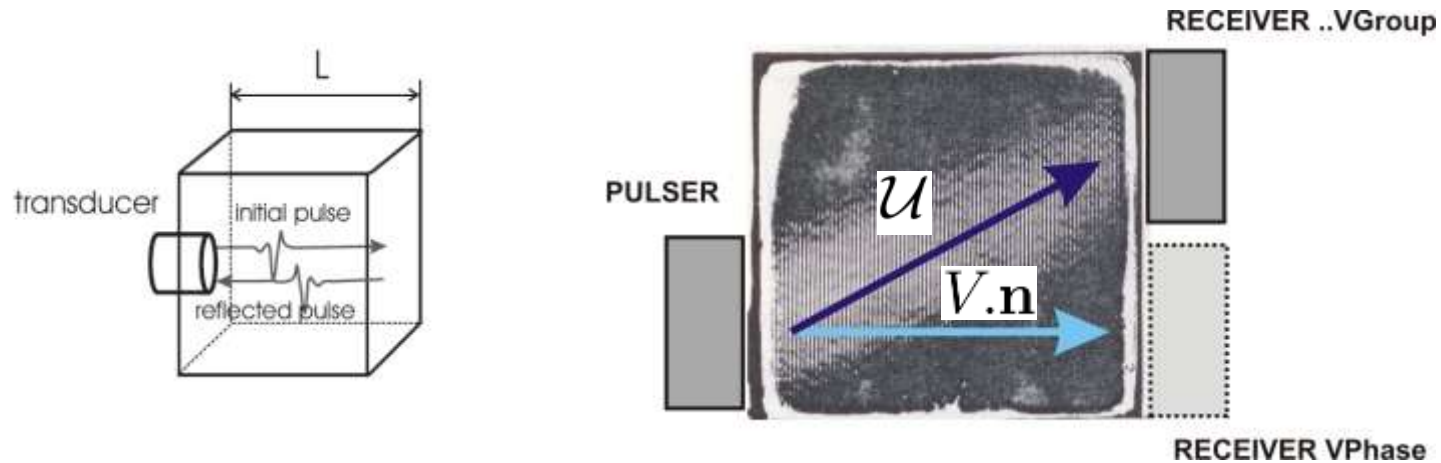


Acoustic velocities  $V_{[n][g]}$ , where  $[n]$ - propagation,  $[g]$ - polarization

$c_L \equiv V_{[100][100]}$	$= \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}}$
$c_T \equiv V_{[100]plane(100)}$	$= \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}}$
$c_{qL} \equiv V_{[110][110]}$	$= \sqrt{\frac{C_{11} + C_{12} + 2C_{44}}{2\rho}}$
$c_{qT} \equiv V_{[110][001]}$	$= \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}}$
$c_{qT} \equiv V_{[110][\bar{1}10]}$	$= \sqrt{\frac{C_{11} - C_{12}}{2\rho}}$

## Phase and Group Velocity

wave propagation in a general direction

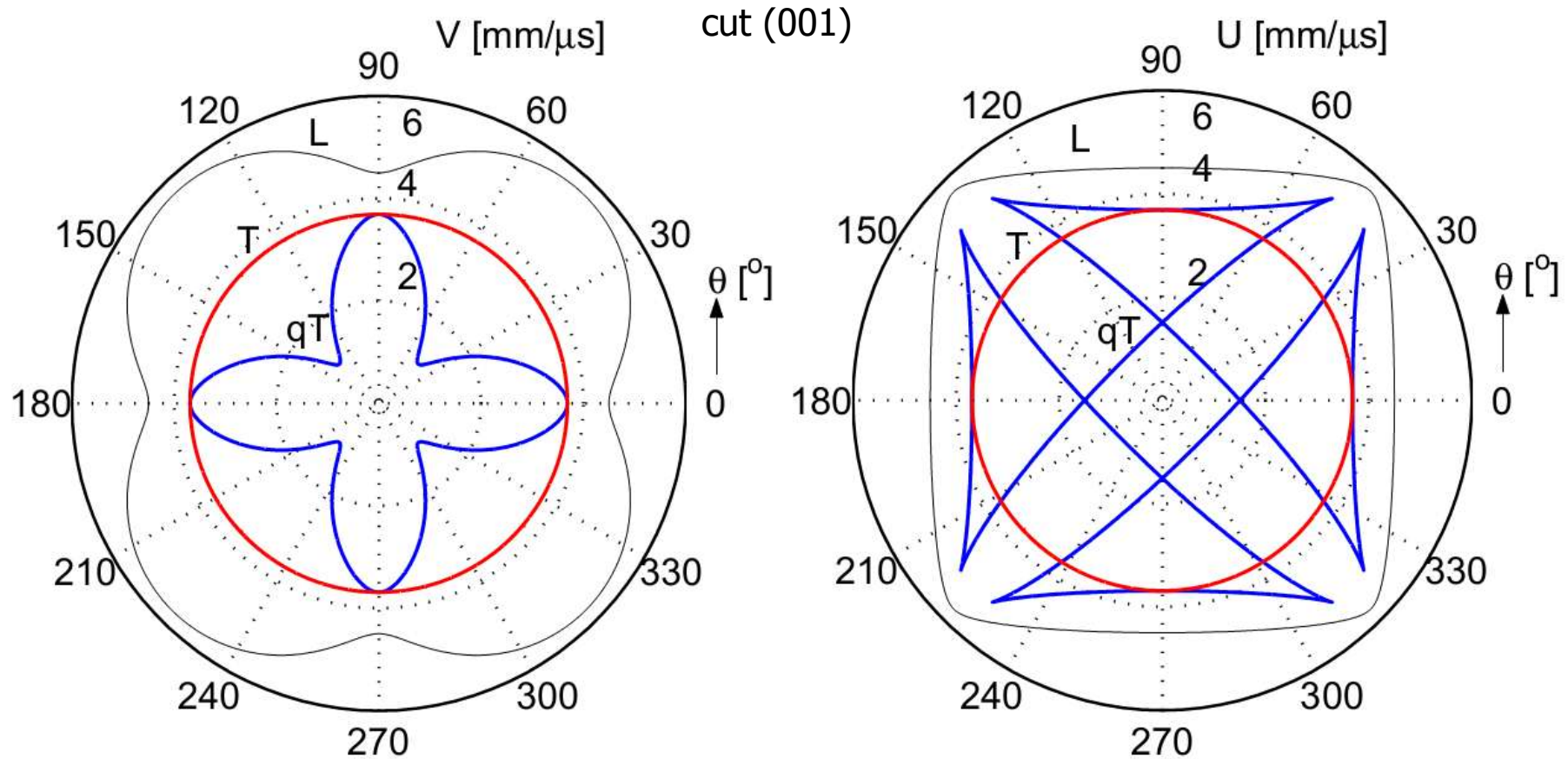


Energy flux ( $\mathcal{S} = -\sigma_{ij}\dot{u}_j$ ) of the plane wave propagating in the direction  $\mathbf{n}$  is generally deflected. The velocity vector of the time-averaged energy flux ( $\hat{\mathcal{S}}$ )

$$\mathcal{U}^E = \frac{\hat{\mathcal{S}}}{\hat{e}} \quad \text{where } \hat{e} \text{ is time-averaged total energy density of the wave.}$$

It is equal a group velocity vector ( $\mathcal{U}$ ) for plane waves propagating in an elastic anisotropic homogenous media.

# Phase and Group Velocity



Cu-Al-Ni (austenite single crystal)

	$\rho$	$C_{11}$	$C_{12}$	$C_{44}$	$A$
	[g/cm <sup>3</sup> ]	[GPa]			[1]
Cu-Al-Ni	7.05	142.81	126.84	95.90	12.02

# Strong elastic anisotropy

## Cubic crystals

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix}$$

## Anisotropy Factor

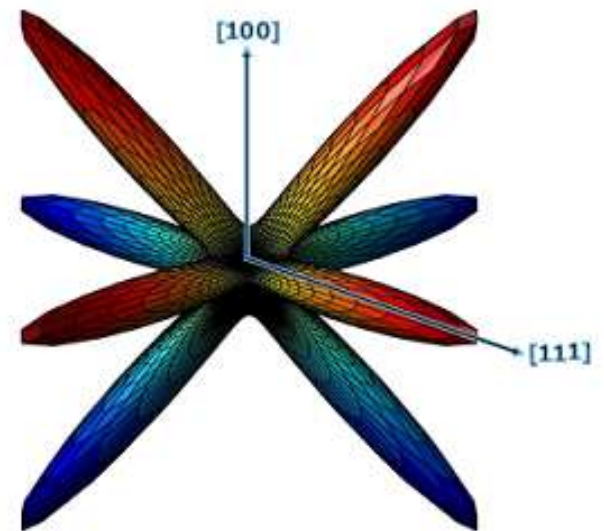
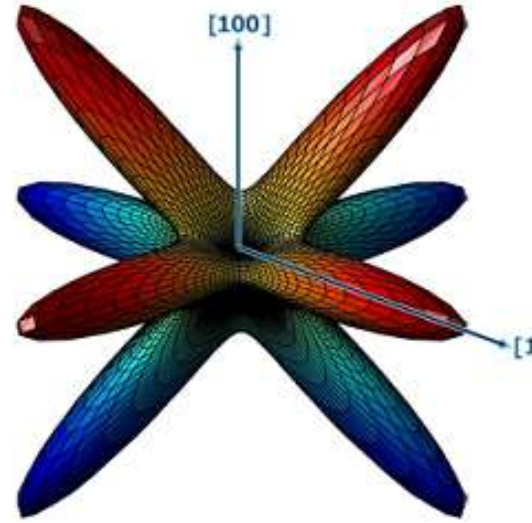
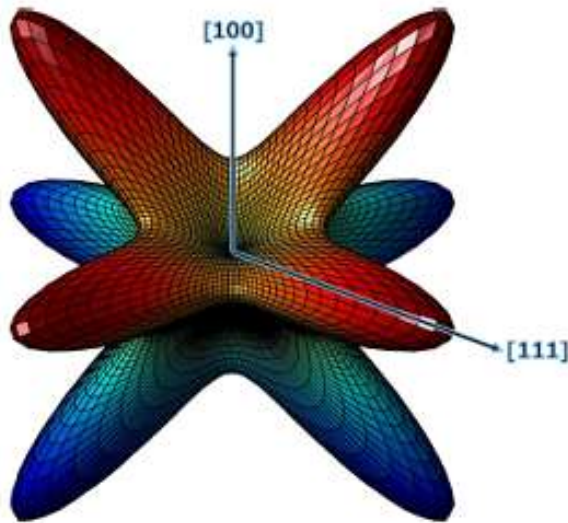
$$A = \frac{2C_{44}}{C_{11} - C_{12}} = \frac{C_{44}}{c'}$$

**Example : Single crystals of austenite phase of specific shape memory alloys**

CuAlNi (A~ 12)

CoNiAl (A~17)

NiMnGa (A~25)



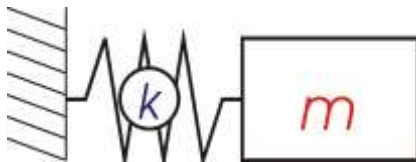
Directional dependence of the Young's modulus

... however the elasticity is eminently dependent on temperature

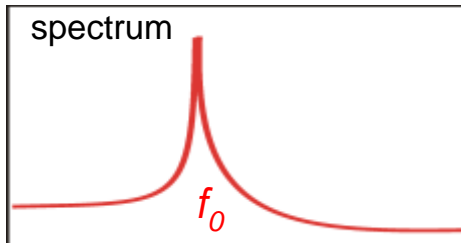
# Resonant ultrasound spectroscopy (RUS): theory

The only experimental method able to determine the all 21 coefficients on one, small specimen of the examined material. RUS method is based on measurements of resonant spectra of free elastic vibrations of a simply shaped specimen.

## Mass on a spring



One degree of freedom, one resonant frequency.

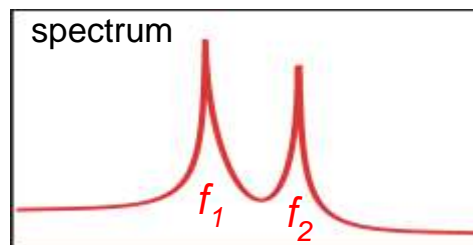


For  $m$  known and  $f_0$  measured,  $k$  can be calculated.

## Two coupled oscillators

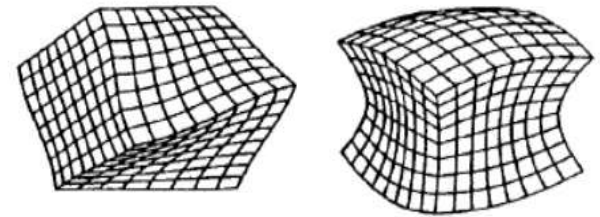


Two degrees of freedom, two resonant freq-s.

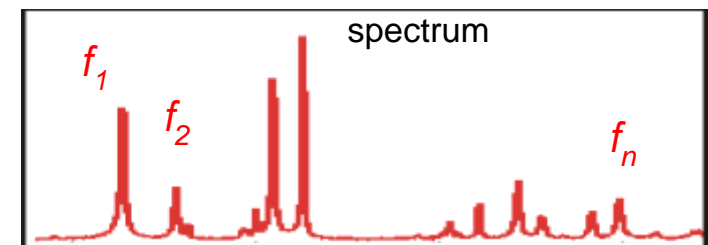


For  $m_{1,2}$  known and  $f_{1,2}$  measured,  $k_{1,2}$  can be calculated.

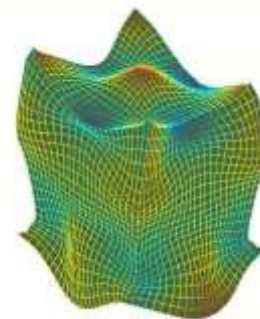
## Elastic continuum



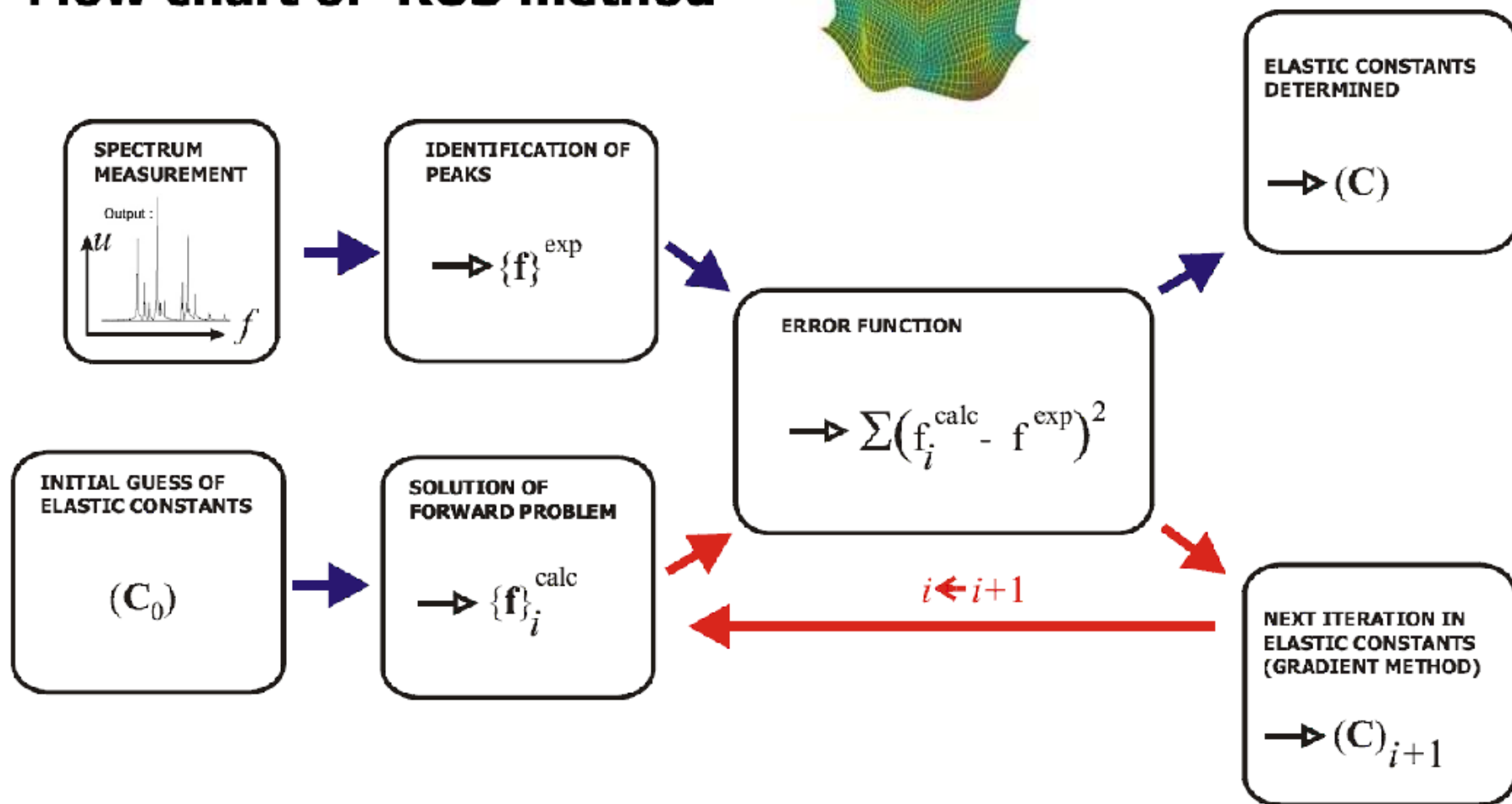
Infinite number of DOF, (countable) number of freq-s.



For  $\rho$  known and  $f_{1,2,\dots,n}$  measured,  $C_{ijkl}$  can be (inversely) calculated.



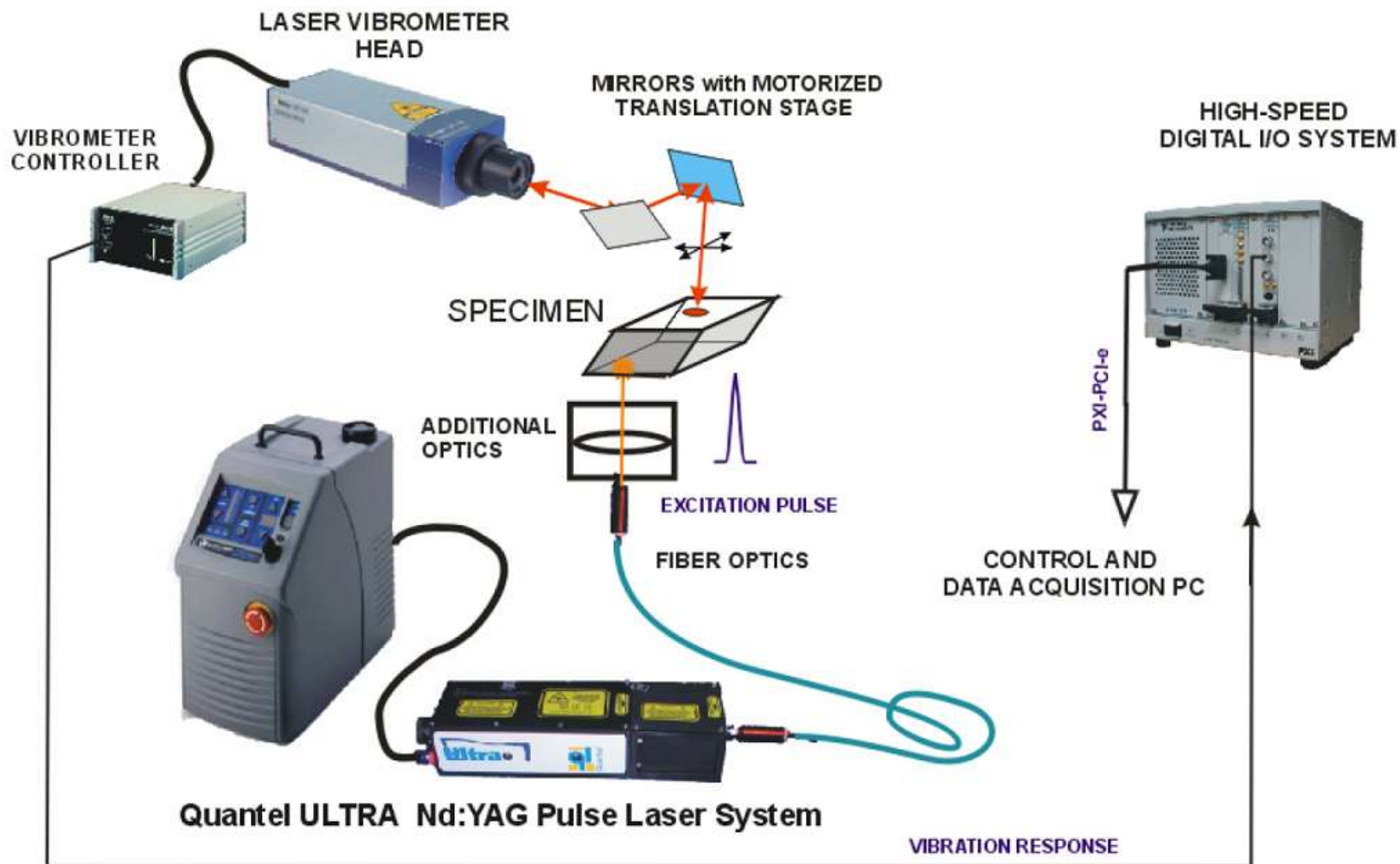
## Flow chart of RUS method





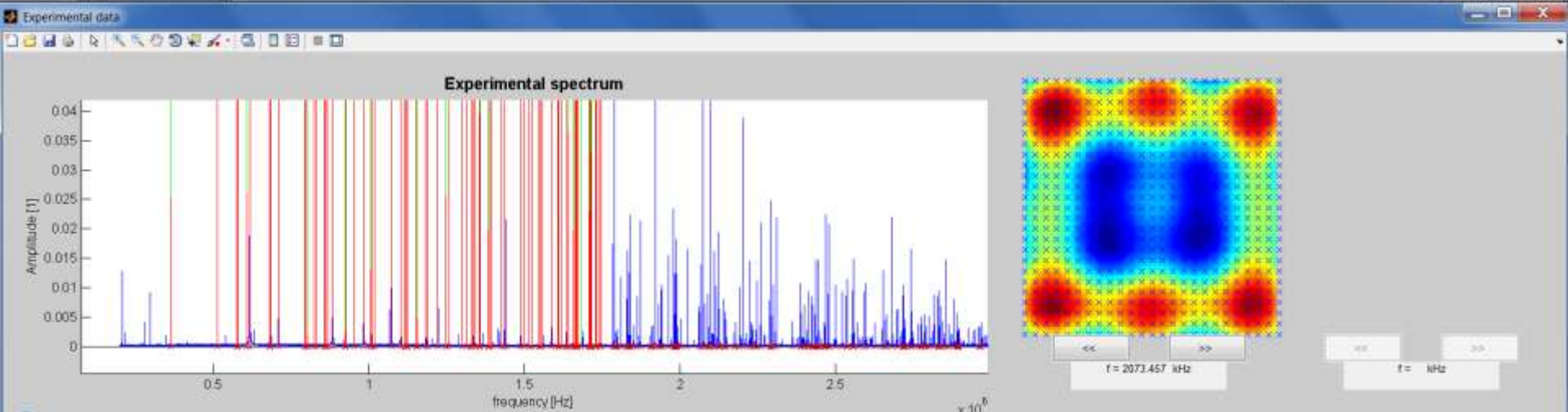
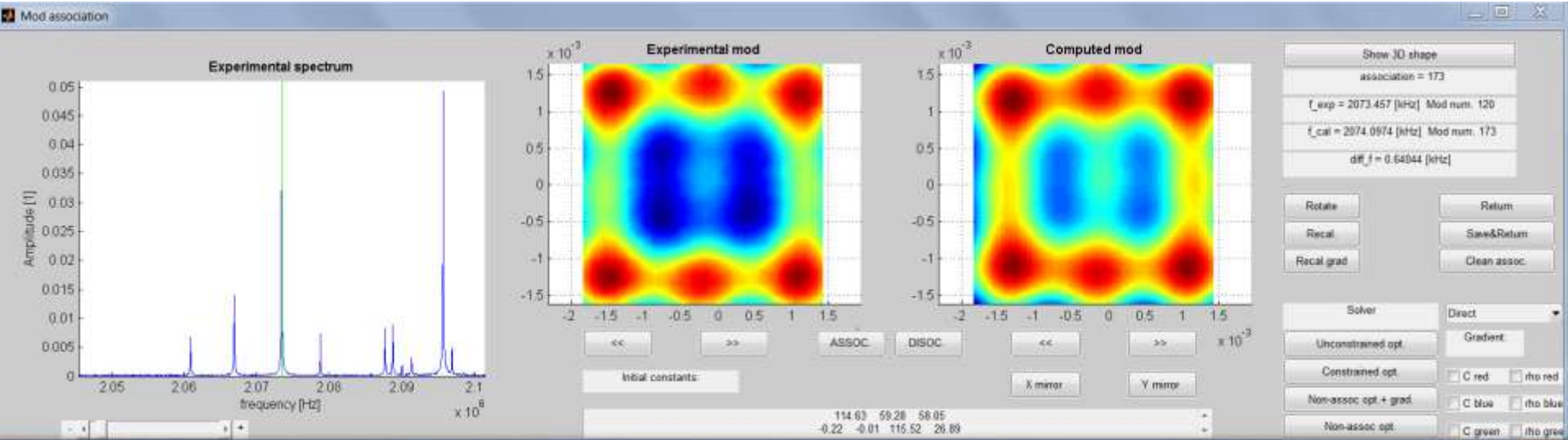
# Experimental set-up for non-contact Modal RUS method

Free vibration of the sample without any acoustic contact and additional forces



$\lambda=1.064\mu\text{m}$ , pulse duration 8ns, energy 2-25mJ

# Semiautomatic association of resonant modes and the inverse procedure of RUS



# Velocity versus Resonant Measurement for Cubic Symmetry

## SENSITIVITY ANALYSIS

Cubic crystals (for  $A > 1$ )

### RESONANT MEASUREMENTS

$$C_1^* \sim (C_{11} - C_{12}) \sim 2C'$$

$$C_2^* \sim C_{44}$$

$$C_3^* \sim (C_{11} + C_{12})$$

accurate determination of  $C'$   
 good evaluation of  $C_{44}$   
 low sensitivity on  $C_{11}$  ( $C_{12}$ )

### VELOCITY MEASUREMENTS

direct measurement of  $C_{11}, C_{44}$

pure accuracy of  $C'$

# Input parameters : Single Crystals

## 1. Mass density

## 2. Dimensions and shape of the sample

- The sample orientation respects crystallographic axes (usually)
- In the general case, the sample orientation is determined by e.g. Laue method, i.e. normal vectors  $(\mathbf{n}^{(1)}, \mathbf{n}^{(2)}, \mathbf{n}^{(3)})$ , and dimensions  $(d_1, d_2, d_3)$  are known. However, orientation uncertainty may be also taken into an error analysis.

For evaluation of all elastic constants with comparative precision, it is necessary to extend the RUS error function about following three terms

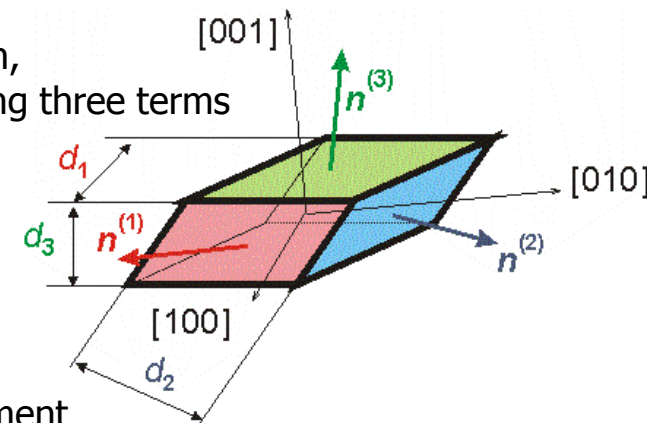
$$f_k = v_\varphi(\mathbf{n}_k, c_{ij}) / (2d_k),$$

representing qL-wave propagation in the sample surface normals  $\mathbf{n}_k$  where  $k=1,2,3$ .

The modified error function may thus involve various measurement methods into one minimization problem to be solved

$$\Delta(c_{ij}) = \sum_{p=1}^n w_p (f_p^{exp} - f_p(c_{ij}))^2 + \sum_{k=1}^3 w_k \left( v_\varphi^{exp}(\mathbf{n}^{(k)}) - v_\varphi(c_{ij}, \mathbf{n}^{(k)}) \right)^2 / (2d_k)^2 \rightarrow \min_{c_{ij}}$$

(assoc.)



# Elastically anisotropic materials

Hooke's law for anisotropic material:

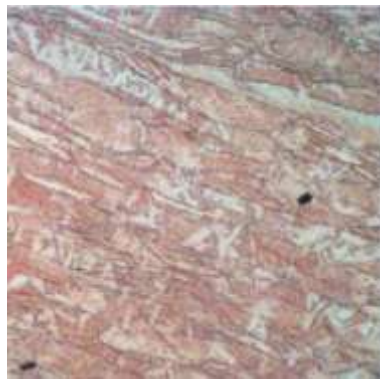
$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{22} & \sigma_{33} & \sigma_{23} & \sigma_{13} & \sigma_{12} \end{pmatrix}^T = 
 \begin{pmatrix} c_{11} = C_{1111} & c_{12} = C_{1122} & c_{13} = C_{1133} & c_{14} = C_{1123} & c_{15} = C_{1113} & c_{16} = C_{1112} \\
 & c_{22} = C_{2222} & c_{23} = C_{2233} & c_{24} = C_{2223} & c_{25} = C_{2213} & c_{26} = C_{2212} \\
 & & c_{33} = C_{3333} & c_{34} = C_{3323} & c_{35} = C_{3313} & c_{36} = C_{3312} \\
 & & & c_{44} = C_{2323} & c_{45} = C_{2313} & c_{46} = C_{2312} \\
 & \text{sym.} & & & c_{55} = C_{1313} & c_{56} = C_{1312} \\
 & & & & & c_{66} = C_{1212} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{pmatrix}.$$

The number of independent components of matrix  $c_{ij}$  depends on the symmetry class.

<b>Isotropic</b>	<b>2</b>
<b>Cubic</b>	<b>3</b>
<b>Orthorhombic</b>	<b>8</b>
...etc.	

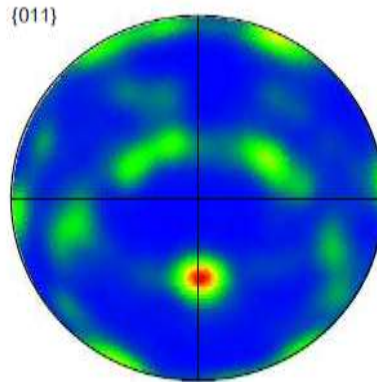
Since the symmetry class of the structured materials is unknown, they must be treated as generally anisotropic (triclinic) with **21 independent elastic coefficients**.

## Textured and Microstructured Materials

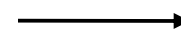


spatially oriented  
microstructure

+



crystallographic  
texture



$$C_{ijkl}$$

anisotropy  
in elasticity

*Is this anisotropy detectable experimentally? Yes, but...*

- The anisotropy is **weak** (Young's moduli in different directions do not differ by more than few %).
- The **symmetry class** is a priori unknown.
- **Small samples** (much smaller than for conventional tensile tests).

# Silně anizotropní materiály

Anizotropní materiály, pro které platí :  $\max_{\vartheta, \varphi} \frac{c_{11}(\vartheta, \varphi)}{c_{22}(\vartheta, \varphi)} \gg 1$

## Monokrystaly některých intermetalických slitin

- výrazná je zejména anizotropie kubických austenitických fází
- Youngovy moduly ve směrech [100] a [111] se výrazně liší
- koeficient anizotropie

$$A = \frac{2c_{44}}{c_{11} - c_{12}}$$

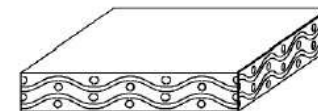
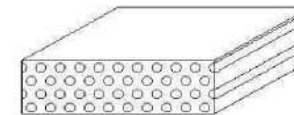
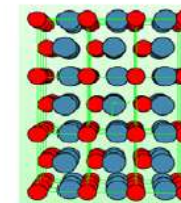
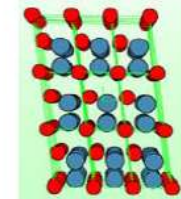
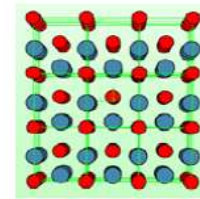
může pro tyto slitiny dosahovat i hodnot 10 a větších

## Jednosměrné CFRP kompozity

- v nich je anizotropie indukována rozdílem elastických vlastností uhlíkových vláken a epoxidové matrice
- rychlost šíření ve směru vláken je až třikrát vyšší než ve směru kolmém
- příklad zkoumaného materiálu  
GFRP - composite, Výrobce: La-Composite Letov ATG, ltd.;  
Prepreg: Fibredux S913C-HTA-(12k)-5-40%;  
56 vrstev, tloušťka 7.5mm

série vzorků připravených z tkanin metodou RTM (VZLÚ, Divize leteckých vrtulí)

Desky 200x200mm tl. 2.5 – 4 mm



## MOTIVACE

### Kompozitní materiály

Další vývoj vrtulového pohonu u malých dopravních a sportovních letadel



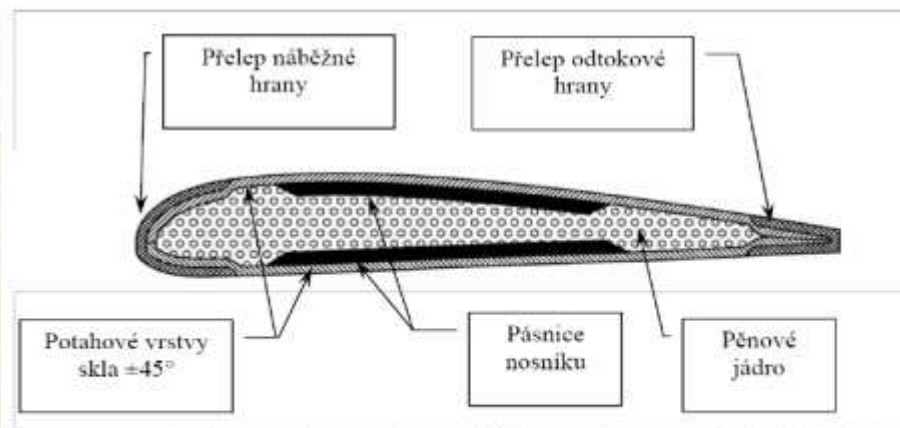
Obr. 1 – Postupný vývoj vrtulového propulsoru v průběhu dvacátého století má mimo jiné svůj průmět v počtu listů vrtule a nových materiálových kombinacích

Použití nových materiálových kombinací je nutným krokem pro posunutí návrhových parametrů vrtulí za hranice vymezené aplikací klasických konstrukčních materiálů. Vláknové kompozity dosahují pevnostních a tuhostních charakteristik srovnatelných s kovovými materiály, ale při významné úspoře výsledné hmotnosti.

Vilém Pompe - Letecké vrtule VZLÚ, a.s.



Obr. 12 – Vrtule VZLU V331-3C s listy V36o při přípravě pozemních a letových zkoušek



Obr. 11 – Typický řez listem vrtule VZLÚ V36o vyráběným technologií RTM

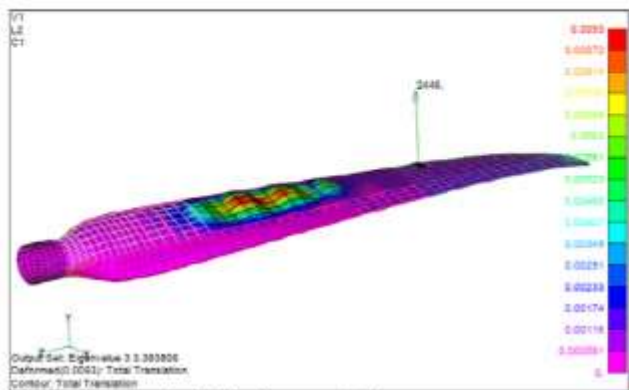


# Motivace

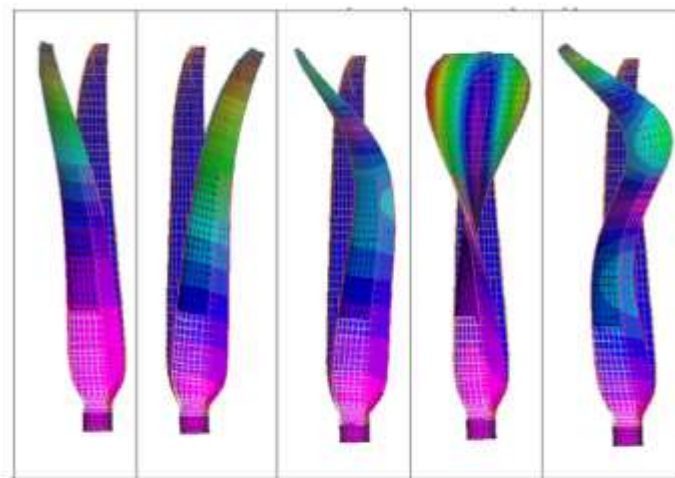
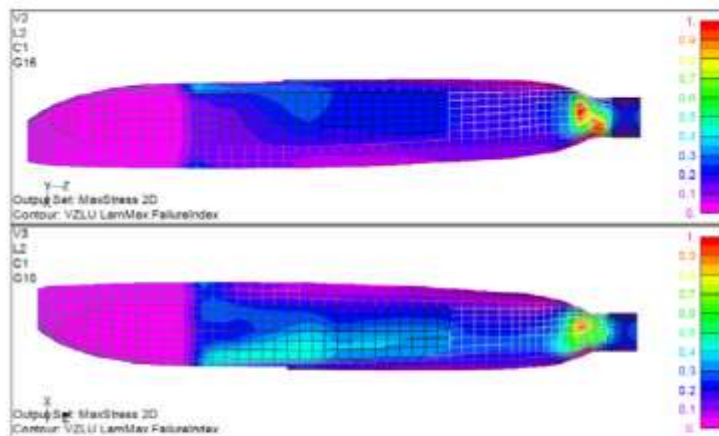
Mechanické modely kompozitové konstrukce vyžadují spolehlivé vstupní údaje (materiálové vlastnosti)

Výpočet MKP pro určení počátku ztráty stability pláště

Výpočet modálních vlastností vrtulového listu



Statický výpočet kritického napětí

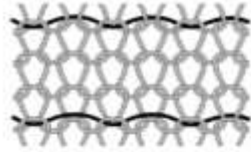


Přívodní výpočet [Hz]	70,28	102,01	205,07	303,60	396,92
Měření v. č. X26 [Hz]	70,20	97,70	186,20	338,80	369,30
Měření v. č. X28 [Hz]	70,20	103,80	192,30	<i>neurčen</i>	369,30
Měření v. č. X45 [Hz]	67,10	87,00	183,10	360,10	375,40
Korigovaný výpočet [Hz]	70,08	98,55	196,36	313,36	384,27

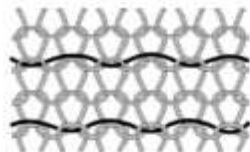
Vilém Pompe - Letecké vrtule VZLÚ, a.s.

## Smart Materials

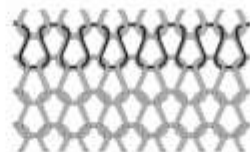
### Textile structures including NiTi wires



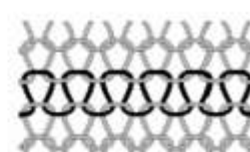
A) Lay-in every 3 courses



B) Lay-in every 2 courses

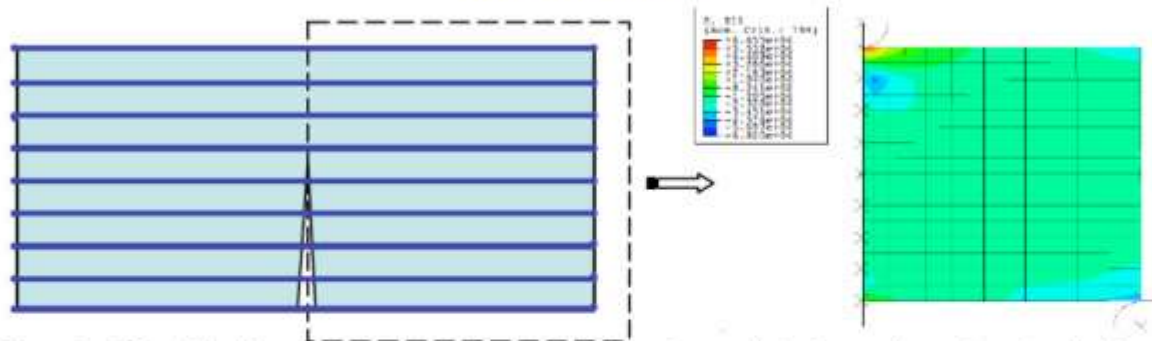


C) Plating technique



D) knitted

### Smart composites



### Overview of the SMA thermomechanical behavior

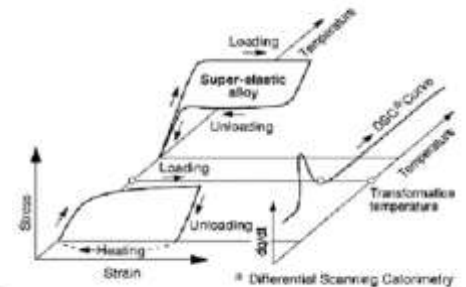


Figure 2: SMA self-healing composite: a) schematic showing wires and existing crack opening after loading; b) half model (symmetry b.c.) with rigid bodies to apply three-point bending; stress contour plot showing closed crack and uniform closure pressure (negative).

L. Catherine Brinson, Deborah Burton, Xinjie Gao  
Northwestern University, Mechanical Engineering Department, Evanston IL 60208, USA

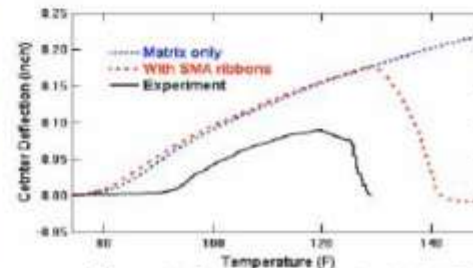
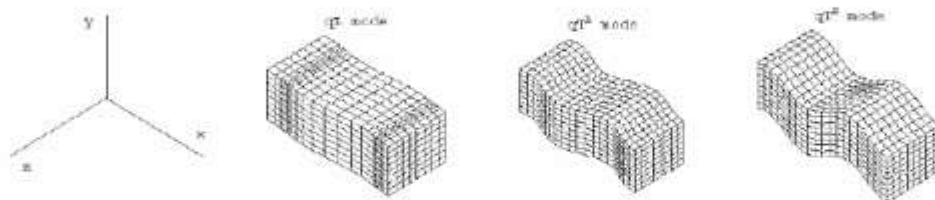


Figure 3: a) Conceptual airplane with airfoil made of shape memory alloy reinforced composite (SMAHC); b) Plate prototype of SMAHC. (Courtesy of Dr. Travis L. Turner at NASA.)

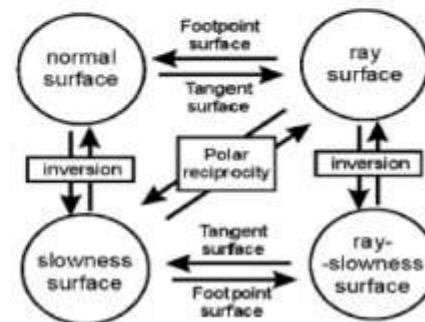
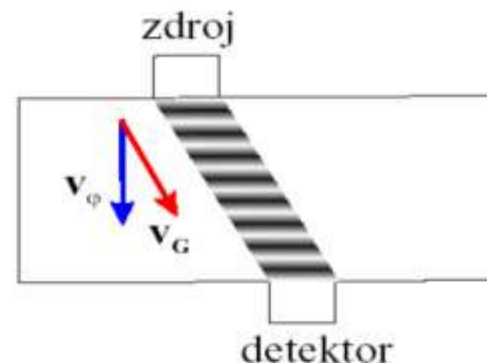
## Šíření vln v anizotropních materiálech

- V obecném směru se vlny šíří ve třech různých módech (jeden kvazipodélný a dva kvazipříčné):

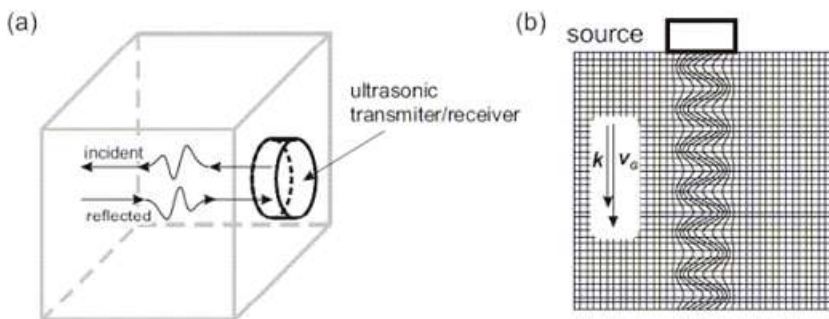


- Grupová rychlost se pro každý mód může lišit od rychlost fázové co do velikosti i směru

<p><b>Fázová rychlost</b></p> $v_\varphi = \frac{\omega}{k}$ <p>je dána vlastními čísly Christoffelovy matice</p> $\Gamma_{ik} = n_j C_{ijkl} m_l$ <p><math>v_{\varphi 1}(\text{mm/s})</math> <math>v_{\varphi 2}(\text{mm/s})</math></p> <p><b>plocha fázové rychlosti</b></p>	<p><b>Grupová rychlost</b></p> $\mathbf{v}_G = \left( \frac{\partial \omega}{\partial k_1}, \frac{\partial \omega}{\partial k_2}, \frac{\partial \omega}{\partial k_3} \right)$ <p>= rychlost energet. toku vlny</p> <p><math>v_{G 1}(\text{mm/s})</math> <math>v_{G 2}(\text{mm/s})</math></p> <p><b>plocha grupové rychlosti</b></p>
---	--



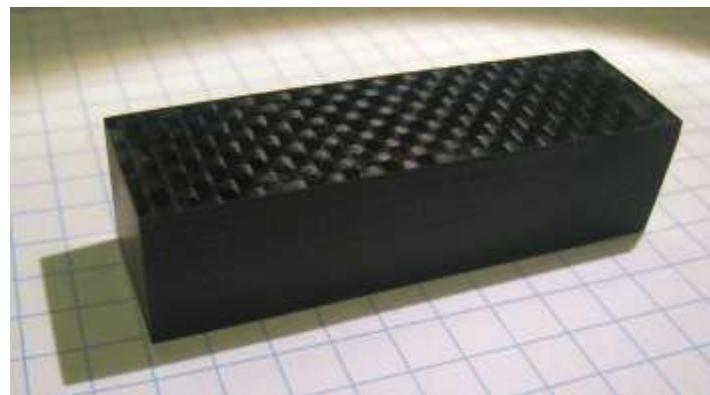
# Kontaktní metody – pulse-echo



Tetragonální struktura

6 elastických koeficientů:  $C_{11}$ ,  $C_{33}$ ,  $C_{44}$ ,  $C_{66}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{13}$

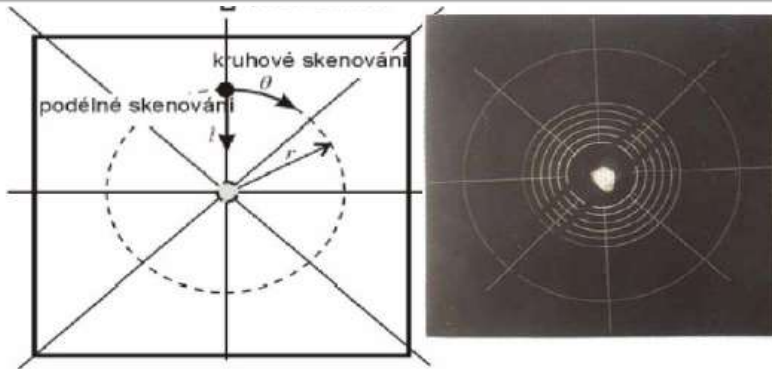
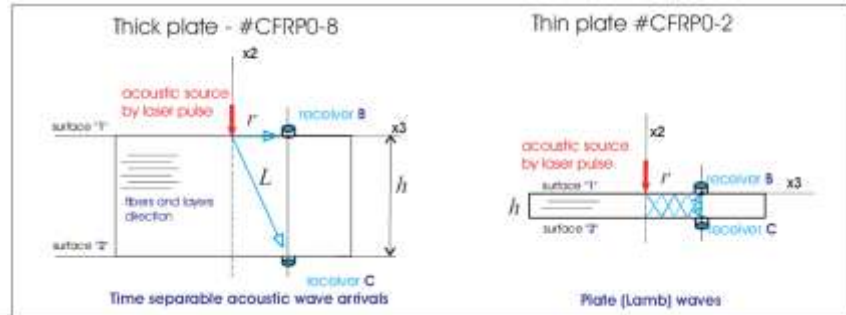
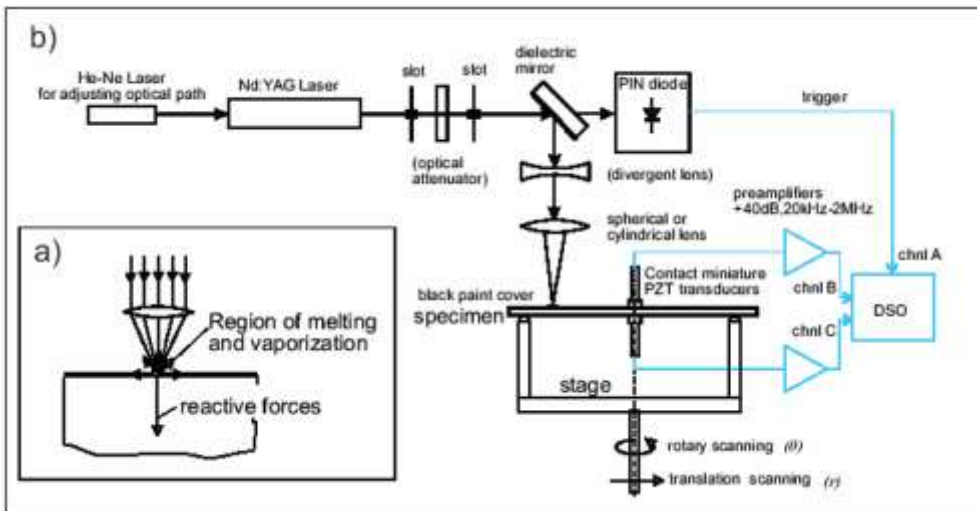
$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}$$



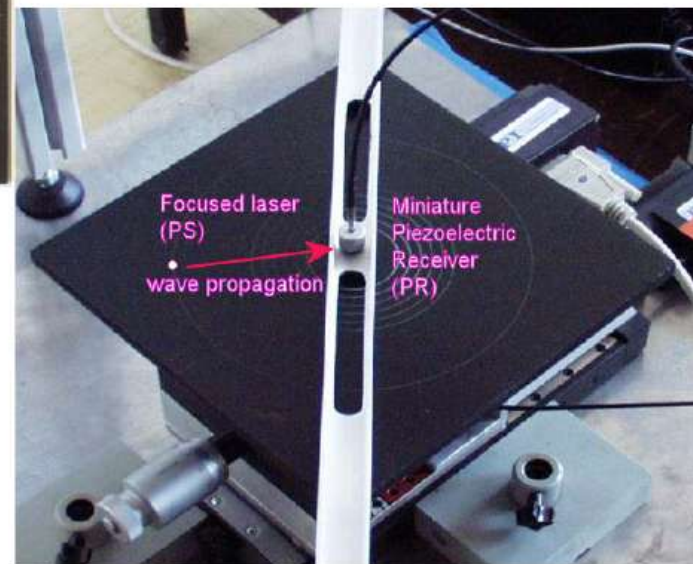
- Pro úplné určení elastického tensoru – nutné vyříznout nezbytné roviny
- Není zahrnuta chyba orientace
- Při velkých rozměrech (15x15 mm) = velký útlum, né vždy se podaří zaznamenat obě polarizace smykové vlny
- Vliv nehomogenity
- Nelze vždy připravit takto silné vzorky

-Spolupráce s VZLÚ , Letecké vrtule, Ing. V. Pompe a Ing. M. Hraška (2011)

# Metoda Point-source/Point-reciever



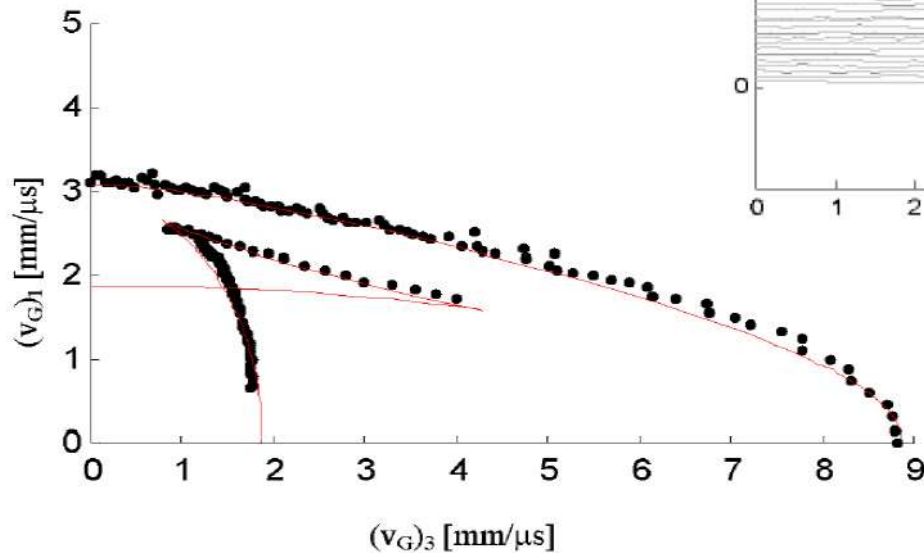
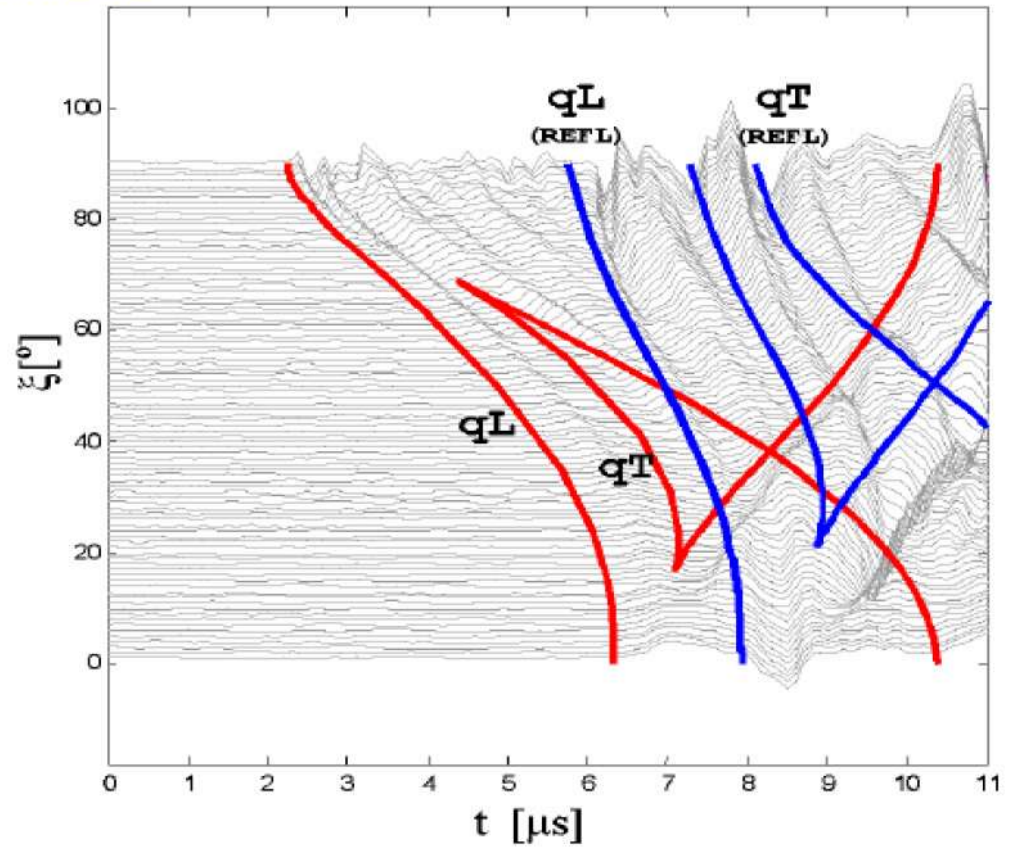
- ☐ Zdrojem je zde fokusovaný laserový paprsek.
- ☐ Ten svým dopadem způsobí mikroobjemový odpar.
- ☐ Uvolněná energie se šíří materiálem ve formě elastických vln.
- ☐ Tyto vlny jsou detekovány miniaturním piezo-měničem



# Metoda Point-source/Point-reciever

## 1) PS/PR měření na kompozitních deskách

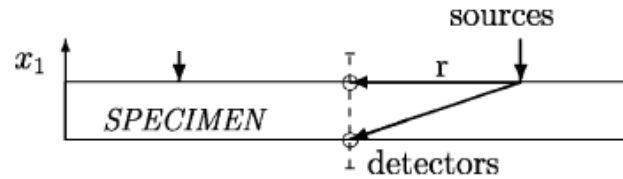
- na detektor přicházejí kromě přímo se šířících vln také vlny odražené od protilehlého volného povrchu



- vyhodnocení rychlostí šíření z jednotlivých naměřených časových průběhů

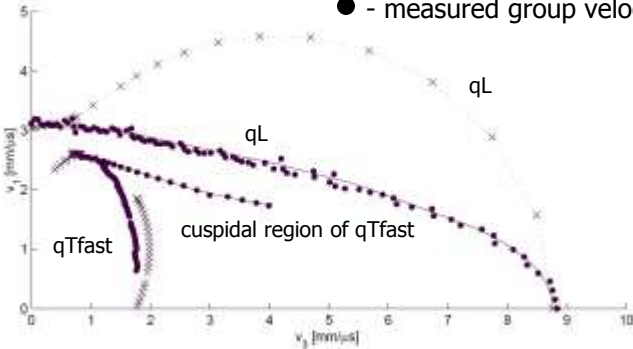
# Point Source/ Point Receiver method (popular method for investigation of CFRP )

is convertible to planar wave propagation problem

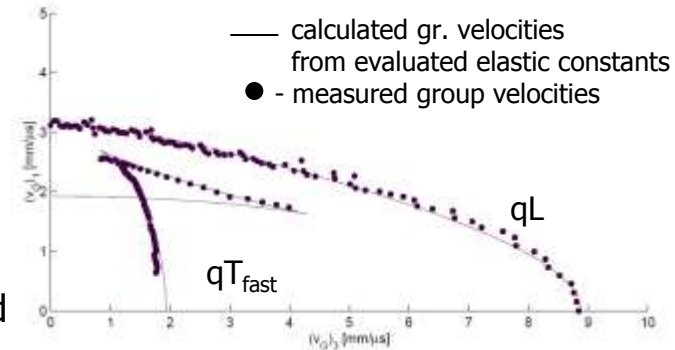


## Measurement of group velocities

x – reconstructed phase velocities  
● - measured group velocities



— calculated gr. velocities from evaluated elastic constants  
● - measured group velocities

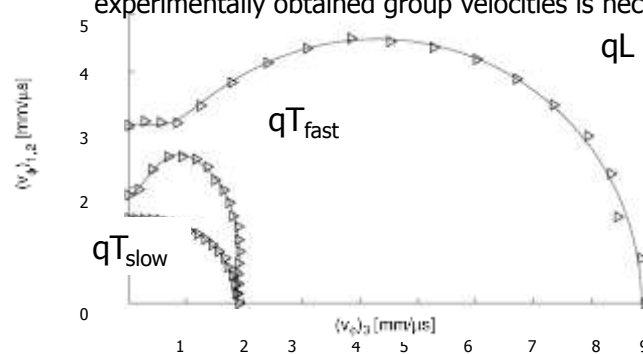


## Inversion of phase velocity field

$$Q = \sum_{n=1}^N (v_{\varphi}(c_{ij}, \vartheta_n) - v_{\varphi}^{\text{ex}}(\vartheta_n))^2 \rightarrow \min_{c_{ij}}$$

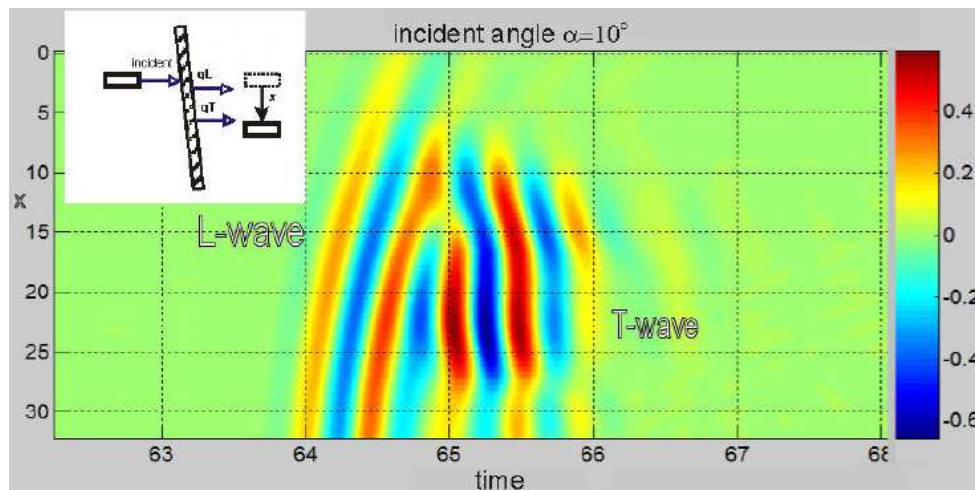
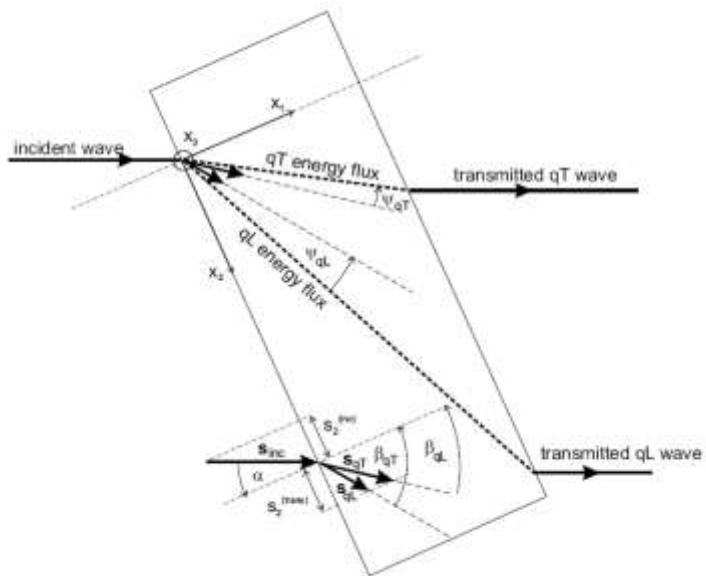
H. Seiner, M. Landa / Ultrasonics 43 (2005) 253–263

A reconstruction of phase velocity field from experimentally obtained group velocities is necessary

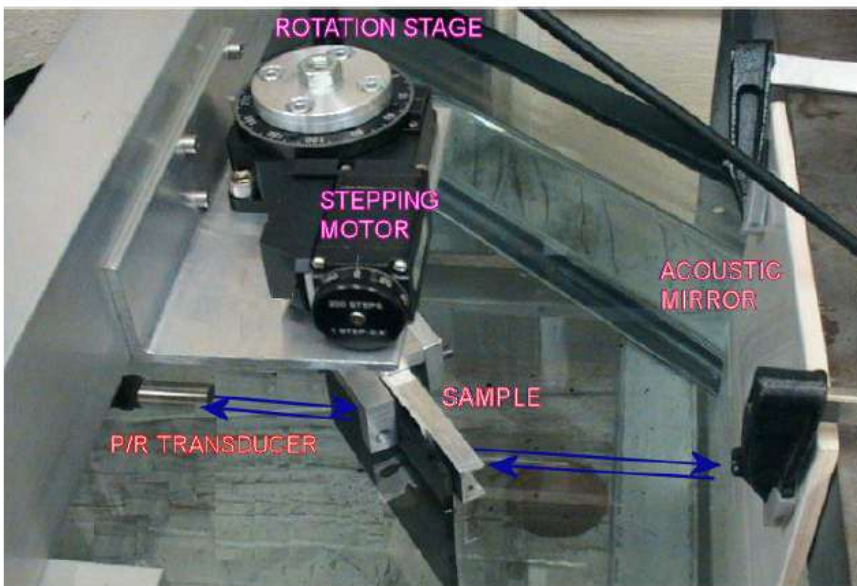
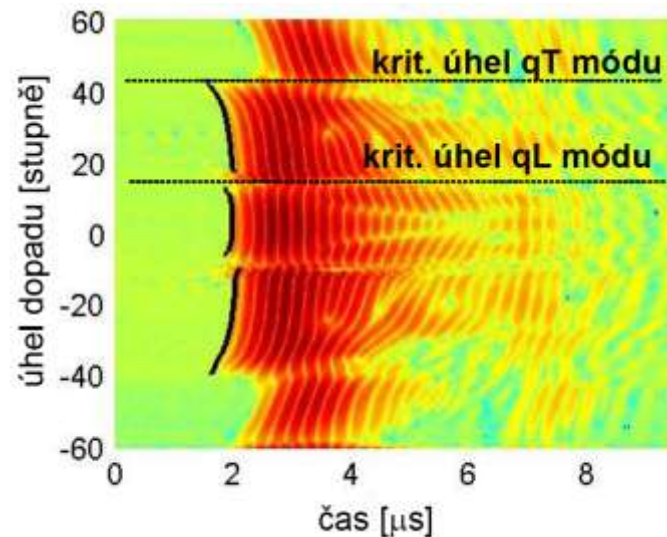


# Imerzní metody

## a) úhlový sken a měření rychlosti šíření refraktované vlny v desce



## b) vyšetřování kritických úhlů





## Inverzní problém

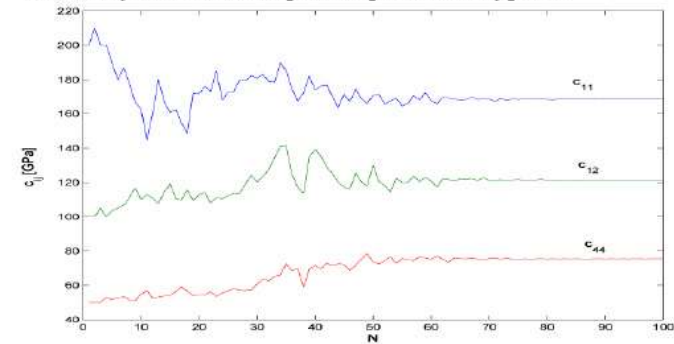
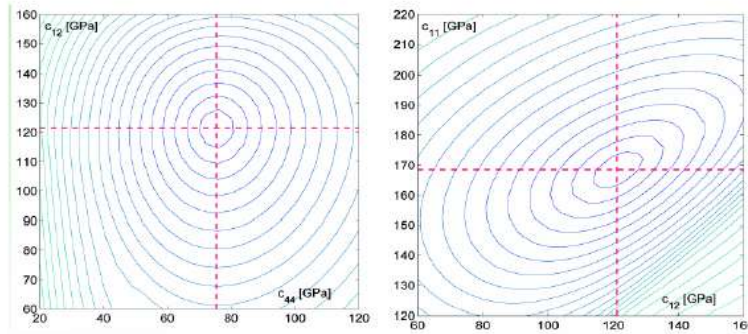
o inverzním problému mluvíme, chceme-li získat elastické koeficienty zkoumaného materiálu ze znalostí rychlostí šíření v různých směrech

základem je vždy řešení optimalizační úlohy

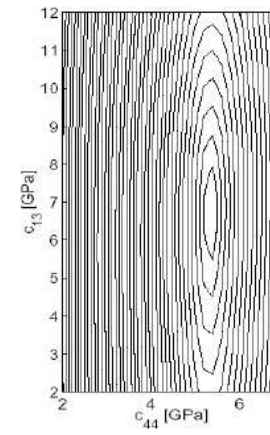
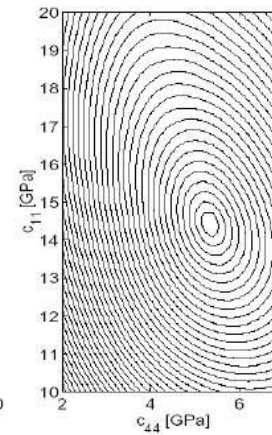
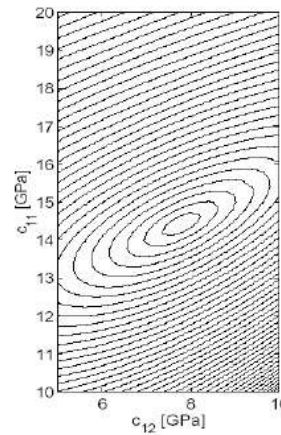
$$Q(c_{ij}) = \sum_{k=1}^N [a_k^{\text{exp}} - a_k(c_{ij})]^2 \rightarrow \min_{c_{ij}}$$

většinou používáme SIMPLEXOVOU METODU jako jednoduchý a robustní algoritmus

bez velkých nároků na počet opakování výpočtu



hledané minimum nemusí být vstupními daty dobře určeno, o přesnosti určení jednotlivých koeficientů nejlépe vypovídá tvar tohoto minima



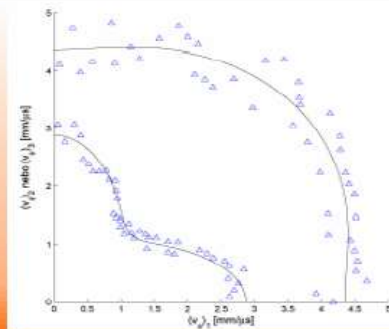
## Odhady chyb

Jakýkoliv odhad přesnosti výsledku je velmi složitý. Výsledná chyba je totiž konglomerátem dílčích vlivů :

- ● odchylky materiálu od homogenity a předpokládané symetrie
- nepřesnosti měření časů příchodu a směrů šíření
- ● vliv neúplnosti vstupních dat
- nepřesnost geometrického přepočtu na grupových rychlostí na fázové, chyba interpolace
- chyba numerického nalezení minima

Řešení - simulace **MONTE CARLO** :

Nahodilá distorze vstupních dat.



Inverzní výpočet

Statistické zpracování

$$c_{ij}^{\text{out}} = c_{ij}^{\text{exact}} (1 + \delta_{ij}) \pm SD_{ij}$$

● systematické

● nahodilé

$$c = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix}, \quad \text{where } c_{66} = \frac{c_{11} - c_{12}}{2}$$

5 independent constants :  $c_{33}$ ,  $c_{11}$ ,  $c_{44}$ ,  $c_{66}$ ,  
 where the axis  $x_3$  is parallel with the fiber direction.

## Ukázka výsledku

### Výsledky imerzních měření elastických vlastností kompozitových desek

The laminate CFRP specimens with orientation  $[0]_x$

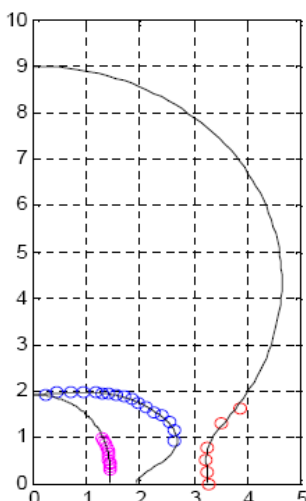
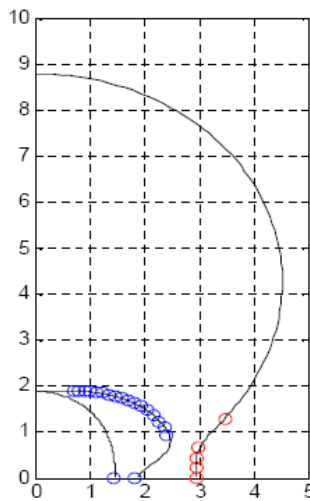
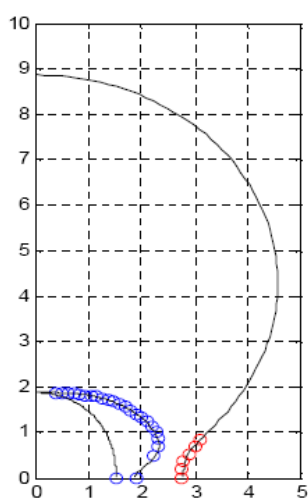
pregreg type : Fibredux S913C - HTA - (12k) - 5 - 40% produced by La-Composite Letov ATG, Ltd.

U všech vzorků předpokládána příčná izotropie, izotropní rovina =  $x_1x_2$

### Porovnání s křivkami vypočtenými z PS/PR měření

	IMERZNÍ METODA			LASEROVÉ BUZENÍ
	vzorek 1	vzorek 2	vzorek 3	vzorek 3
d [mm]	1.95	3.65	7.51	7.51
c11 [GPa]	12.43 ± 0.44	13.87 ± 0.34	15.981 ± 0.22	14.42
c12 [GPa]	5.07 ± 0.74	7.05 ± 0.51	9.620 ± 0.22	7.80
c13 [GPa]	8.23 ± 0.99	7.07 ± 0.70	7.09 ± 0.39	6.70
c33 [GPa]	125.63 ± 8.77	123.67 ± 7.13	123.20 ± 3.35	119.54
c44 [GPa]	5.63 ± 0.05	5.67 ± 0.06	5.62 ± 0.06	5.34
ρ [g/cm <sup>3</sup> ]	1.6	1.6	1.52	1.52

Shoda výsledku s experimentálními daty



# Guided waves method - thin composite plates

(J. Najman, FEL ČVUT, 2005)

Plate waves

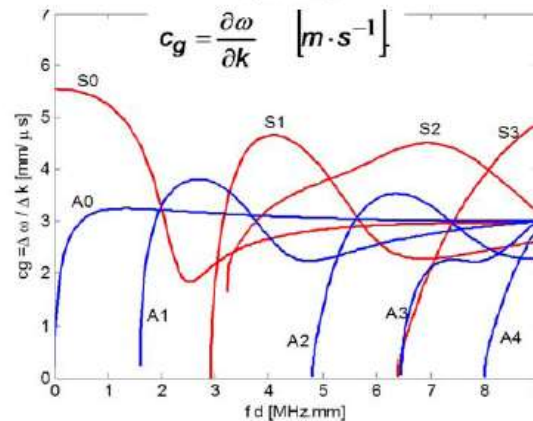
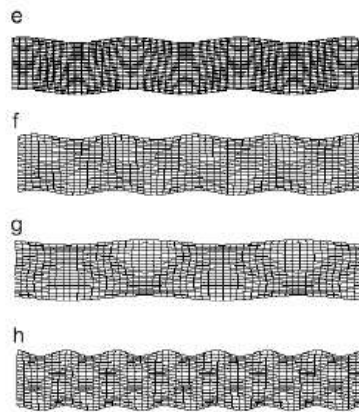
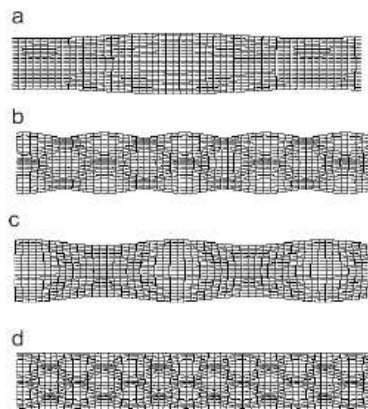
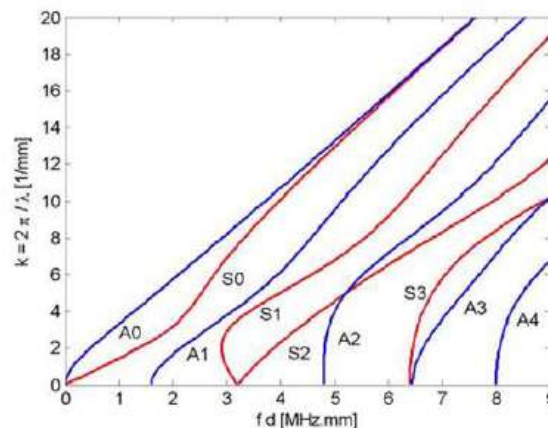
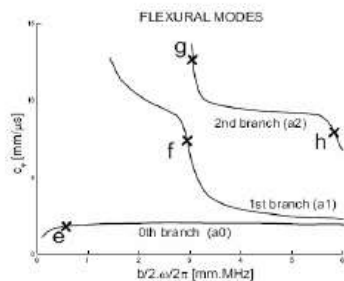
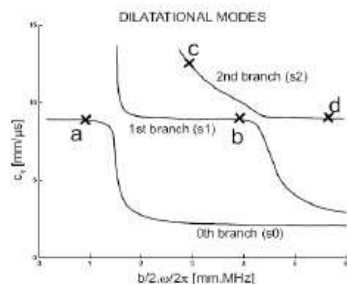
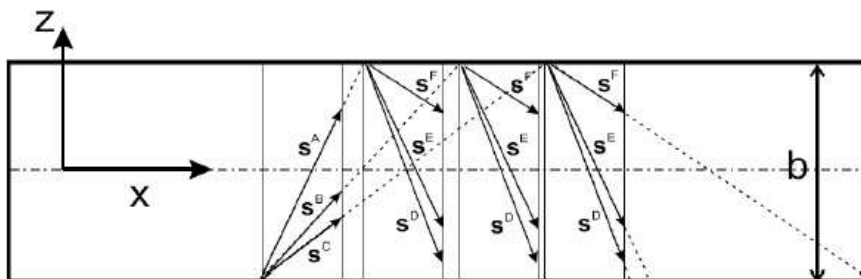
$xz$  is a symmetry plane

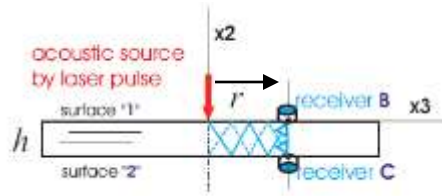
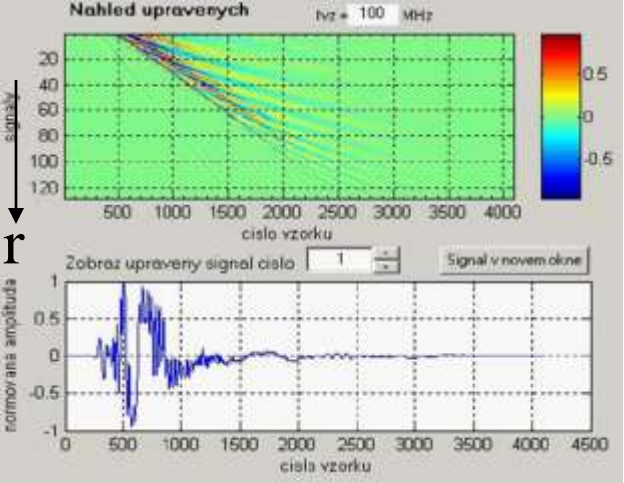
SH-waves    Lamb waves

$xy$  is a symmetry plane

Dilatational  
(symmetric)

Flexural  
(antisymmetric)



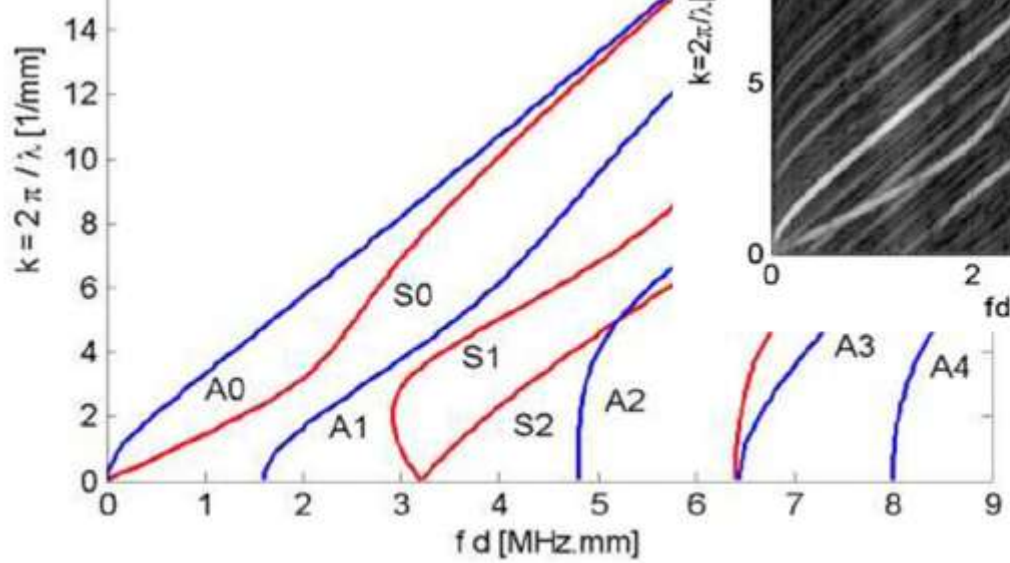


## 2DFFT – 2D Fourierova transformace

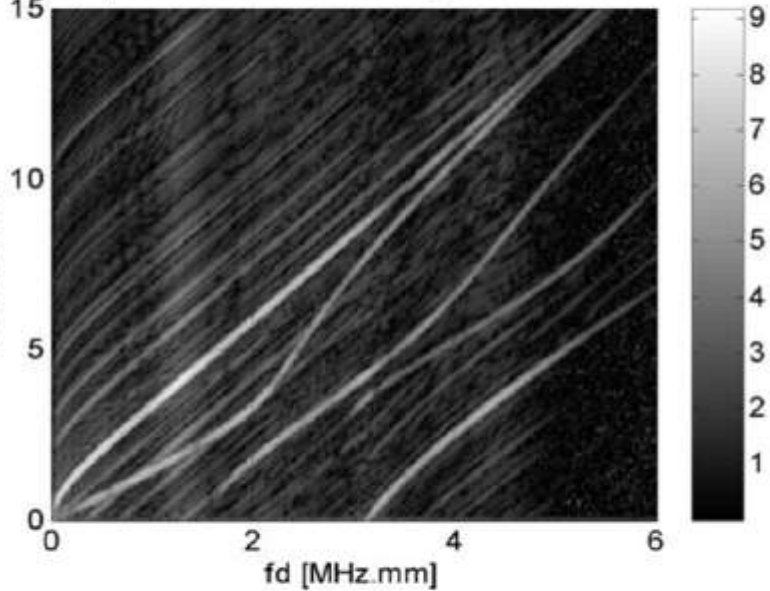
$$F(k, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u(x, t) \exp(-i(kx + \omega t)) dx dt$$

### Popis metody :

- zpracování dat z lineárního scanu
- amplitudová frekvenční charakteristika v závislost k na f
- zpracování obrazu (matici amplitud)



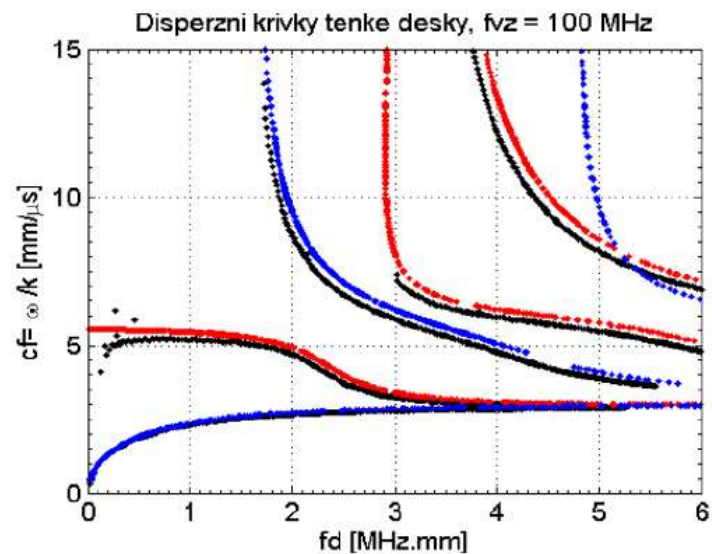
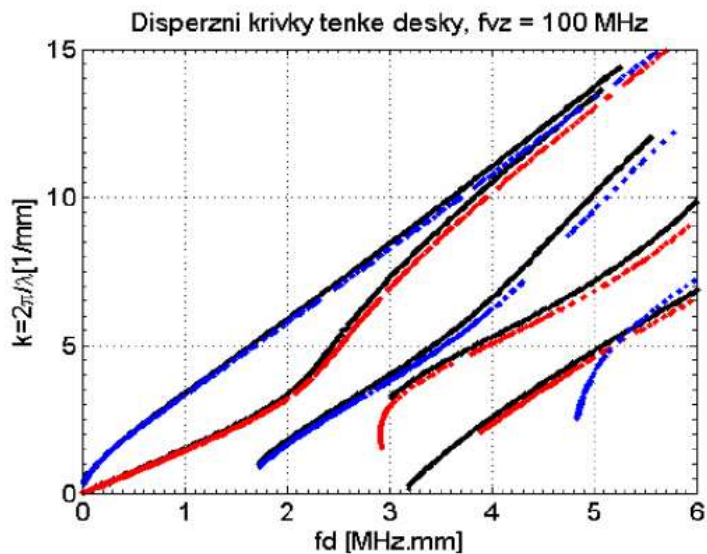
Disperzní křivky tenké desky, fvz = 100 MHz



# GUIDED WAVES

## 2DFFT – dural

Duralový plech		
rozměry(střední hodnoty)	253.9 x 169.9	mm
tloušťka	0.80	mm
hmotnost	95.5	g
vypočtená hustota	2.77	g/cm <sup>3</sup>
$c_L$	6.443	mm/ $\mu$ s
$c_T$	3.196	mm/ $\mu$ s
E	75.57	GPa
G	28.27	GPa
$\nu$	0.336	-

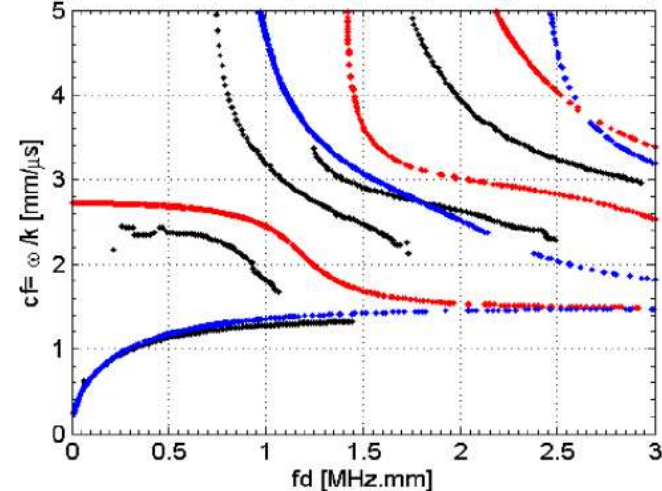
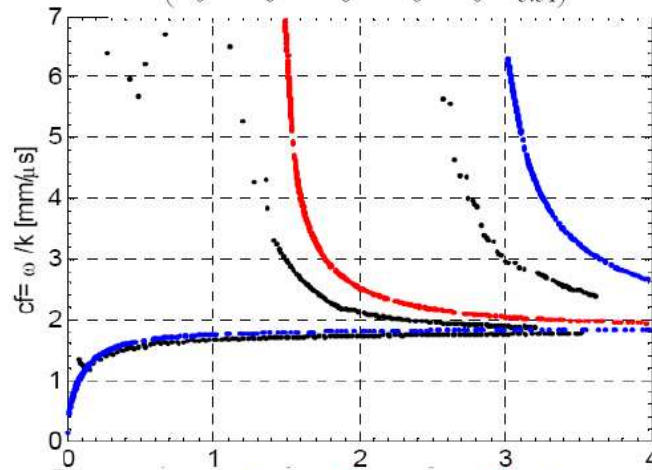
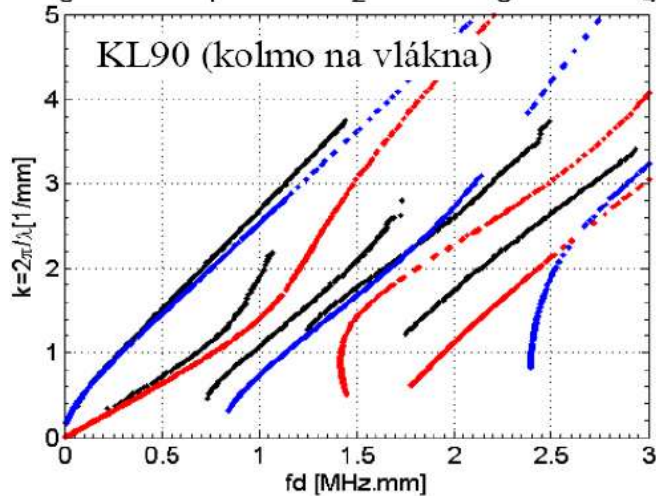
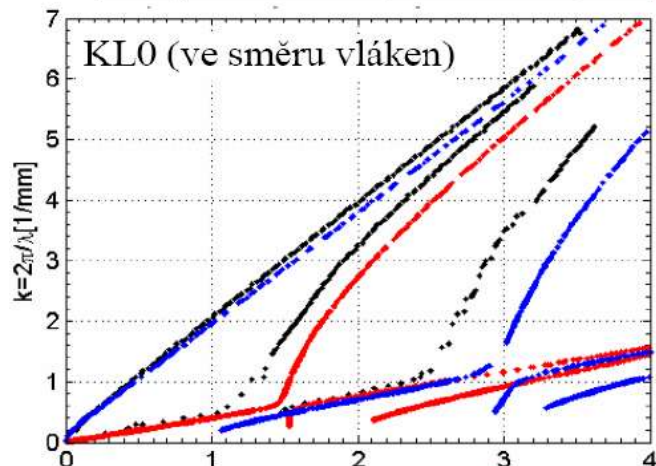


# Přímá úloha

CFRP [0], 14 vrstev	
Materiál: Fibredux S913 – HTA - (12k) - 5% - 40%	
Vyrobeno: La-Composie Letov ATG, s.r.o.	
rozměry (střední hodnoty)	250.4 × 250.5 mm
tloušťka	1.83 mm
hmotnost	186.5 g
vypočtená hustota	1.62 g/cm <sup>3</sup>

kompozit

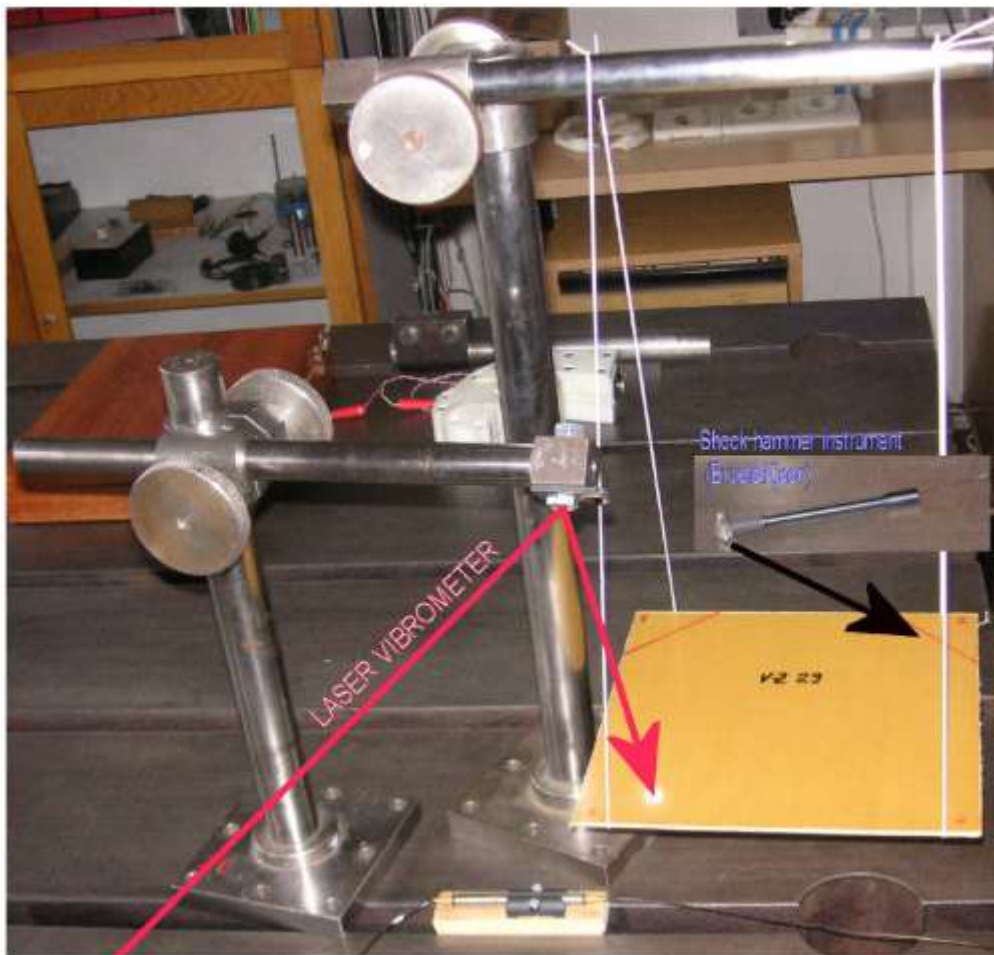
$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 14.42 & 7.79 & 6.72 & 0 & 0 & 0 \\ 7.79 & 14.42 & 6.72 & 0 & 0 & 0 \\ 6.72 & 6.72 & 119.54 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5.34 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5.34 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.31 \end{pmatrix} \text{ GPa.}$$



# Realizace doplňkového rezonančního měření kompozitových desek pro vzorky připravené technologií RTM

deska č.	výztuž	pojivo	hustota g/cm <sup>3</sup> (dvojnásobným vážením v isopropylalkoholu)	objemový podíl vláken
VZ 15	[0/90] <sub>s</sub> sklo Hexcel Injectex EB 315		1,55	28,6%

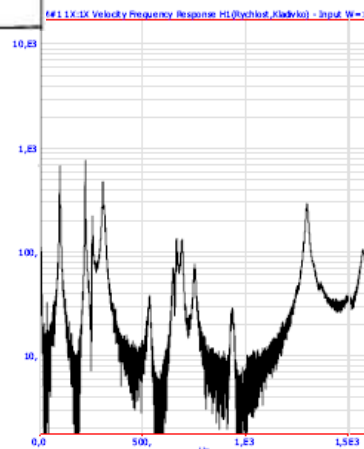
ARALDITE LY 5052 / ARADUR 5052 CH



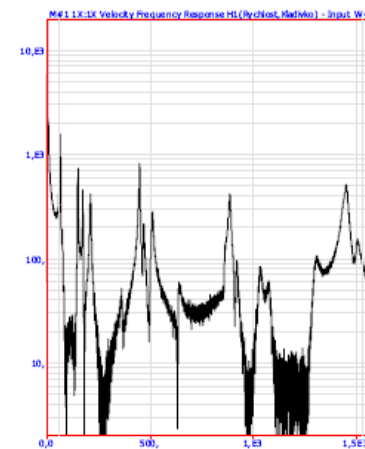
(J. Veselý, ÚT AVČR)

Vzorek 15

Buzení A



Buzení B



Shape	buzení A		buzení B	
	Frequency (Hz)	Damping (%)	Frequency (Hz)	Damping (%)
1	59.59	0.1428	59.43	0.1703
2	63.79	0.5701	63.79	0.5281
3	65.88	0.9893	65.99	1.36
4			73.94	2.059
5	149	0.4758	149.4	0.5754
6	174.4	0.5071	174.2	0.5147
7	206.4	1.505	211	1.058
8	361.9	1.001	361.6	0.4328
9	449.7	0.5014	449.3	0.429
10	466.7	0.7001	467.3	0.5689
11	509.8	0.8541	510.2	0.8447
12	637.9	0.5784	639.4	0.5804
13	860.7	0.6865	886.2	0.5252
14	885.2	0.4649		
15	918.8	0.8001	918.8	0.5506
16	1.03E+03	0.7375	1.03E+03	0.7601
17	1.08E+03	0.7531	1.08E+03	0.6922
18			1.30E+03	0.9021
19	1.45E+03	0.7656	1.45E+03	0.6677
20	1.50E+03	0.5506	1.50E+03	0.5319



## a) případ tetragonální struktury kompozitu

deska č.	výztuž	pojivo	hustota g/cm <sup>3</sup> (dvojnásobněm v isopropylalkoholu)	objemový podíl vláken
VZ 17	[0/90] <sub>7</sub> sklo Hexcel Injextex EB 315		1,71	39,4%

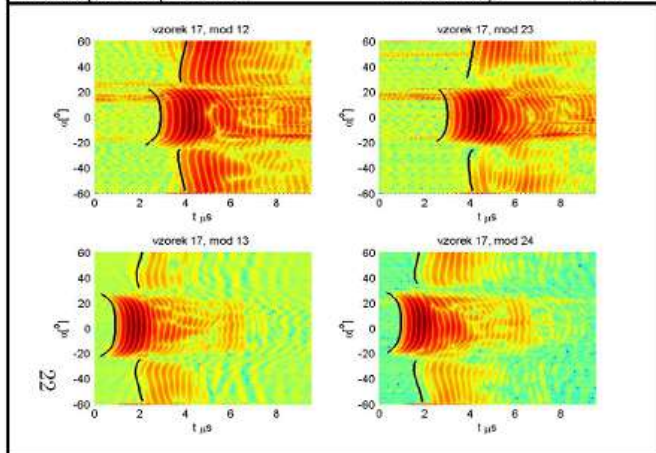
ARALDITE LY 5052 / ARADUR 5052 CH

d = 2,11 mm  
ρ = 1,71 g.cm-3

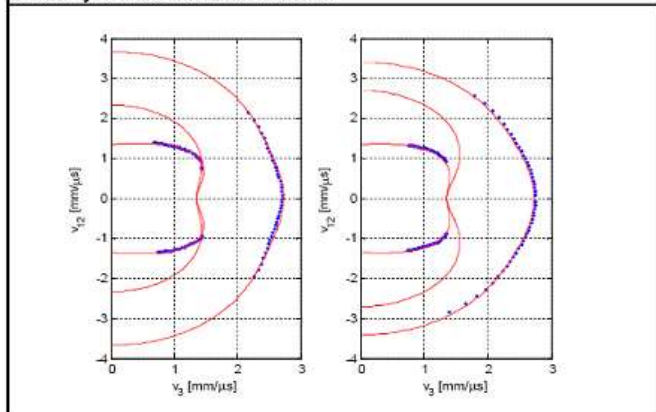
Předpokládaná symetrie :  
Tetragonální

$$c = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix}$$

Detekce prvních přechodů : Použité módy : 12; 13



Shoda výsledků s imerzním měřením



	Imerzní měření	Kontaktní měření	Kritické úhly	Rezonance	
c11	23,02		23,94	23,02	GPa
c12				10,70	GPa
c13	6,72			6,72	GPa
c33	12,69			12,69	GPa
c44	3,19	3,80		3,19	GPa
c66				3,11	GPa
c'	19,94		18,99	19,97	GPa

$$c' = (c_{11} + c_{12} + 2c_{66}) / 2$$

Naměřené frekvence	Vypočtené frekvence	
76,3	75,7	Hz
165,4	153,7	Hz
189,0	199,7	Hz
230,6	231,4	Hz
236,9	231,4	Hz
402,0	409,3	Hz
490,8	492,5	Hz

nejvěrohodnější výsledky  
diskutabilní koeficienty

Komentář :

S ohledem na kompletnost výsledků imerzního měření (rychlosti kvazipříčného i kvazipodélného módu pokrývají velké úseky vlnoploch), bylo rezonancí použito pouze pro určení c12 a c66.

Výsledná shoda s experimentálními rezonancemi je uspokojivá, navíc odpovídá i výsledné c'.

Modré body označují fázové rychlosti naměřené v imerzi, červené čáry pak průběhy rychlosti pro výsledky inverze.

Tetragonální symetrie, kdy kartézský systém tu zavádíme tak, aby osy  $x_1$  a  $x_2$  byly ekvivalentní, tedy odpovídaly směřům vláken. Směr  $x_3$  pak bude kolmý na vlákna (a na desku).

## b) případ hexagonální struktury kompozitu

deska č.	výztuž	pojivo	hustota g/cm <sup>3</sup> (dvojnásobným vážním v isopropylalkoholu)	objemový podíl vláken
VZ 28	[0/90] <sub>s</sub> UD aramid CCC 160		1,22	19,7%

ARALDITE LY 5052 / ARADUR 5052 CH

d = 1,39 mm  
ρ = 1,51 g.cm<sup>-3</sup>

Předpokládaná symetrie :  
Příčná izotropie

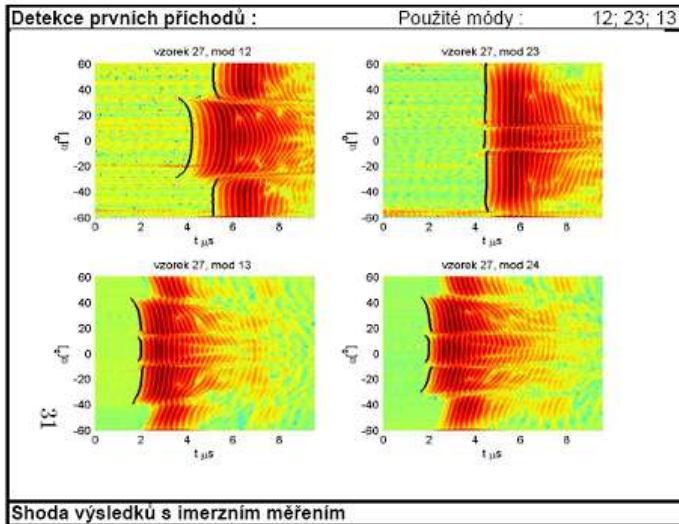
$$c = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{11}-c_{12}}{2} \end{pmatrix}$$

	Imerzní měření	Kontaktní měření	Kritické úhly	Rezonance	
c11	14,74		12,62	12,59	GP
c12	7,30			8,14	GP
c13	10,07			10,58	GPa
c33	136,87		138,81	136,87	GPa
c44	5,20	5,37		5,20	GPa
c66	3,72	3,04		2,23	GPa

$c_{66} = (c_{11} - c_{12}) / 2$

nejvěrohodnější výsledky  
diskutabilní koeficienty

Naměřené frekvence	Vypočtené frekvence	
60,4	67,6	Hz
78,1	78,1	Hz
145,6	158,9	Hz
215,5	215,5	Hz
288,6	299,2	Hz
310,7	327,6	Hz
387,6	355,3	Hz
424,5	420,2	Hz
487,9	503,3	Hz



Příčně izotropní, pro kterou opět volíme osy  $x_1$  a  $x_2$  ekvivalentní, což v tomto případě odpovídá směřům kolmým na dominantní orientaci vláken. Směr  $x_3$  je pak totožný s touto orientací a leží v rovině desky.

Komentář:  
Ideální deska pro určování kritických úhlů  
- proto je bereme za směrodatné.

c33 a c44 byly pro dobrou shodu s krit. úhly a kontaktním měřením ponechány zafixované i pro výpočet z rezonancí. Výsledek je uspokojivý a souhlasí s kritickými úhly v módu 12.

Modré body označují fázové rychlosti naměřené v imerzi, červené čáry pak průběhy rychlosti pro výsledky inverze.

## Projekty

### *Ultrazvukové metody vyšetřování mechanických vlastností kompozitních materiálů používaných v letectví*

*Projekt podpory cíleného výzkumu AVČR ve spolupráci s VZLÚ Praha, Divize leteckých vrtulí*

*Řešitel Michal Landa*

*GA: IBS2076356, období řešení: 2003 - 2005*

*Navržená metodika zjišťování všech elastických konstant kompozitů byla ověřena na jednosměrném laminátu (hexagonální struktura) a na tkaném kompozitu (tetragonální symetrie). U posledního materiálu, vyhodnocení poněkud komplikuje velký rozptyl akustických vln na tkané struktuře. Problém šíření akustických vln v anizotropních vlnovodech a vyhodnocení disperzních křivek je řešen pro materiálové hodnocení tenkostěnných a vrstevnatých kompozitů.*

### *Multifunctional textile structures driving new production and organizational paradigms by textile SME interoperation Across high-added-VALue sectOrs for knowledge-based product/service creatioN (AVALON)*

*č.projektu FP6-515813-1 spoluřešitel (řešitel Dr.Petr Šittner, FZU AV CR) :*

*začátek – duben 2005, trvání 3 roky, konec 2009*

*Jedná se o interdisciplinární projekt zaměřený na vývoj a charakterizaci průmyslových tkanin z funkčních materiálů. Předpokládaný úkol, řešený na ÚT, spočívá ve vývoji ultrazvukových metodik pro nedestruktivní hodnocení těchto materiálů.*

### *Integrated Wind Turbine Design (UpWind)*

*(Integrated project 6RP EU, Contract No. 019945 (SES6) )*

*začátek – duben 2006, trvání 5 let, konec 2011*

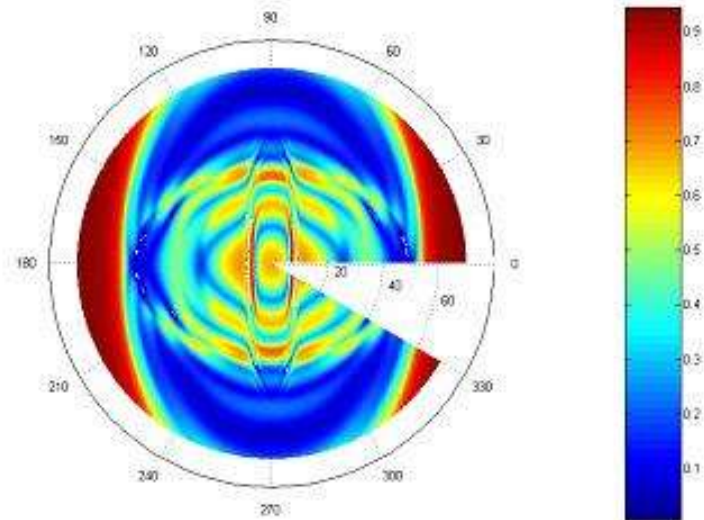
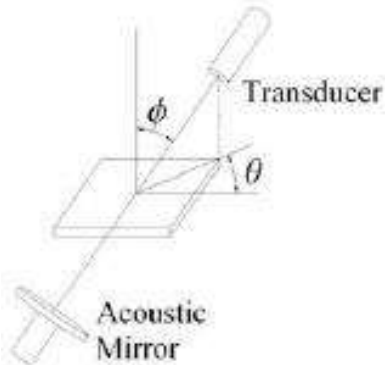
*účast ve WP 1B3 **Smart Rotor Blades and Rotor Control for Wind Turbines***

*řešitel ÚT AVČR (M. Landa), spoluřešitel FZÚ AVČR (Dr. P. Šittner)*

*Tento projekt má za cíl obecně připravit a shromáždit současné technologické možnosti pro rotory nové generace velkých větrných turbín, stavěných ve farmách v mořském pobřeží.*

*WP 1B3 je zaměřen na specifikaci a možnosti použití současných sensorů, aktuátorů a řídicích servosystémů pro optimální aerodynamický provoz celého rotoru a zatížení jednotlivých listů. Součástí této části projektu je i vytvořit vhodný nástroj pro modelování chování smart kompozitových konstrukcí s funkčními prvky.*

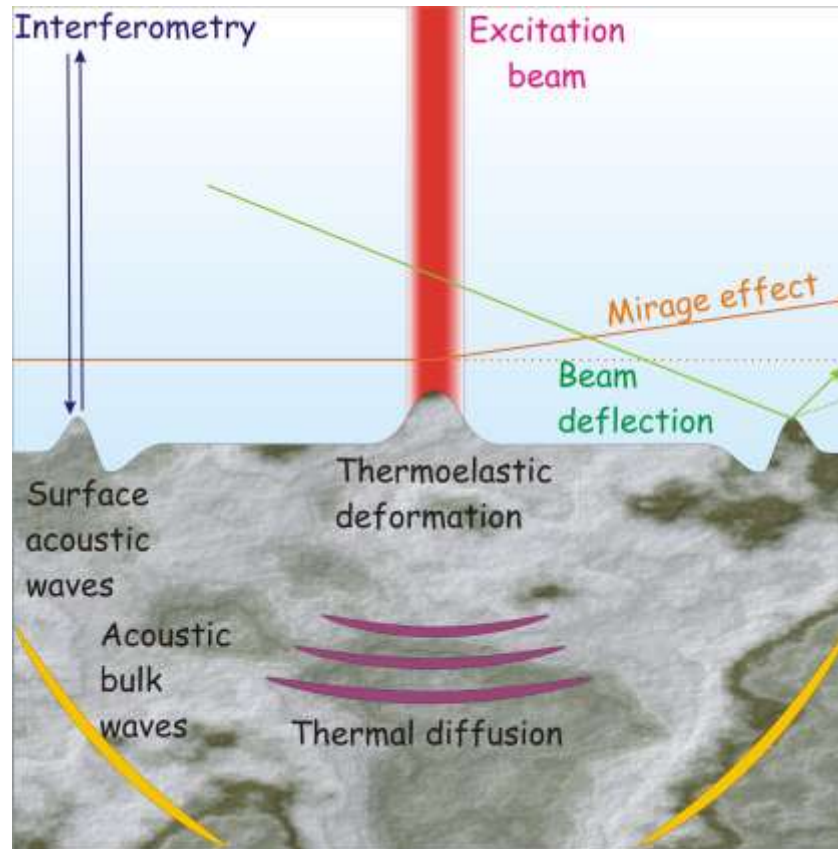
# Progress in Fully automated fast ultrasonic polar scan imaging



courtesy of Nico F. Declercq, Lab of Ultrasonic NDE, Georgia Inst. of Technology, U.S.A.

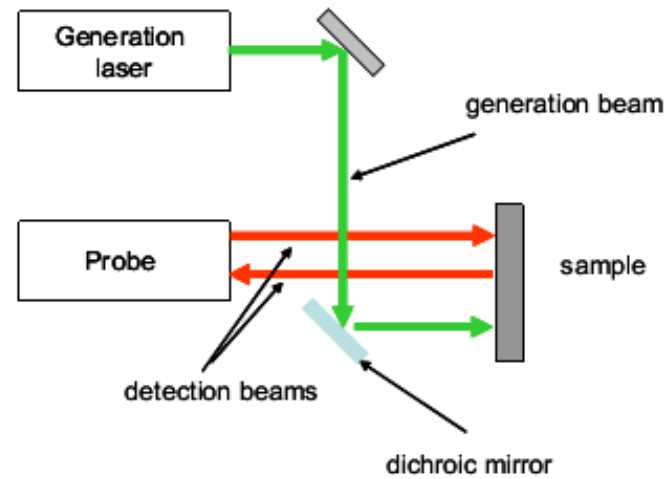
## Progress in

## Laser Ultrasonic Methods



fully non-contact measurement, immersion coupling is not necessary,  
measurements can be performed in vacuum, and temperature and humidity controlled environment

## Nondestructive Inspection of composite structures



LUS - generation laser and two scanning system



Courtesy of Tecnar Ltd., Canada

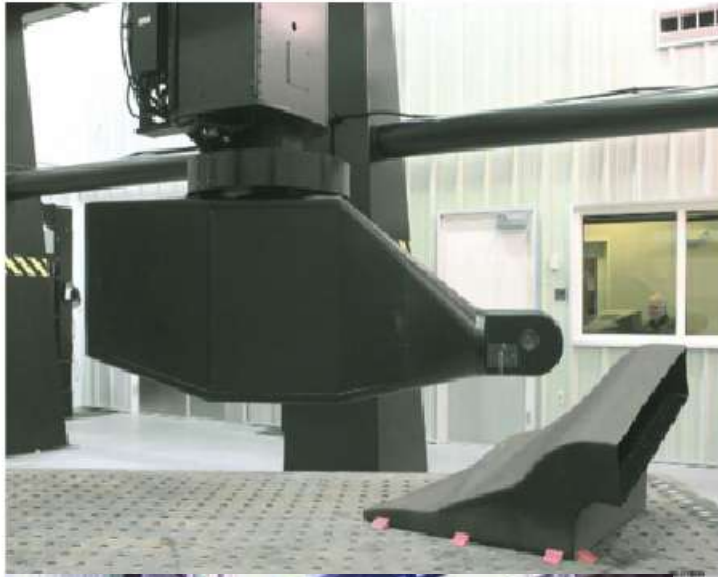
# Application of Laser Ultrasonics for the Non-Destructive Inspection of Complex Composite Aerospace Structures



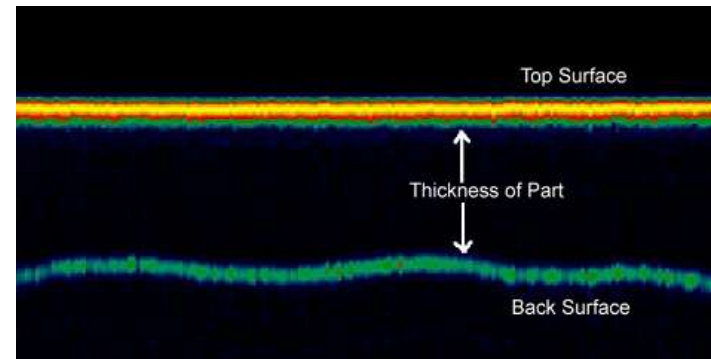
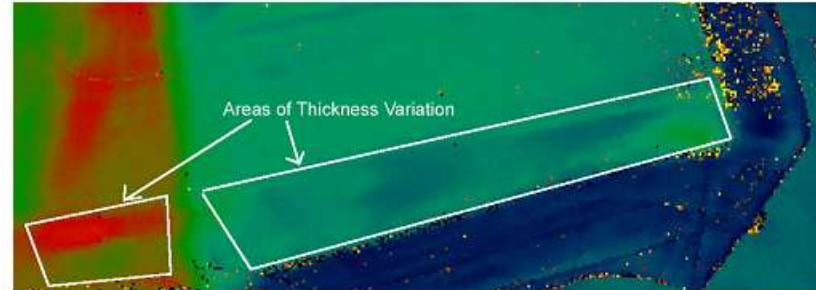
Mark A. OSTERKAMP, David L. KAISER

LaserUT™ Facility, PaR Systems, Fort Worth, TX, USA; Phone: 817 777 7820; Fax: 817 777 2905;

## Beta LaserUT System Inspecting F22 Duct Section



### Thickness Map



As of December 18, 2007, Lockheed Martin has exclusively licensed all LaserUT patents and intellectual property to PaR Systems of Shoreview, Minnesota for the express purpose of commercializing the technology.

# LUM team



**Michal Landa**

Head of Department of Ultrasonic Methods  
Ultrasonic evaluation of materials,  
Laser based ultrasonics,  
AE measurements



**Hanuš Seiner**

Deputy head of Department  
Internal dynamics of materials,  
Inverse problems  
Mathematical modelling of martensitic microstructures



**Petr Sedlák**

Junior Researcher  
Inverse problems,  
Thermomechanical modeling  
ab initio calculation



**Michaela Janovská**

Junior Researcher  
Crystal acoustics  
Resonant Ultrasound spectroscopy



**Lucie Bodnářová** (maternity leave)

Junior Researcher  
Resonant Ultrasound Spectroscopy



**Jan Zídek**

Precision mechanics and optics,  
Development of experimental instrumentations

**Martin Koller**

MSc. student  
Resonant Ultrasound Spectroscopy



**Barbora Benešová**

Junior Researcher  
Mathematical modelling, variational principles  
non-linear PDE



**Alena Kruisová**

Junior Researcher  
Computational mechanics,  
FEM analysis



**Pavla Stoklasová**

Junior Researcher  
Coherent optic methods, Holography  
Laser based ultrasonics



**Jan Trnka**

Senior Researcher  
Coherent optic methods



**Miroslav Frost**

PhD student  
Mathematical modelling of SMAs and structures

**Martin Ševčík**

PhD student  
Laser based material characterization

**Martina Musilová**

Bc student  
NiTi film characterization